

卒業研究報告書

題目

簡易版 3D 立体オセロの完全解析

指導教員

石水 隆 講師

報告者

19-1-037-0180

磯崎 祐成

近畿大学工学部情報学科

令和 05 年 2 月 3 日提出

概要

オセロは 8×8 のマス目を持つゲーム盤と片面が黒、もう片方が白の円盤状の石を用いるボードゲームである。空いているマスに自石を打ったときに、自石で敵石を挟むと挟んだ敵石をひっくり返して自石にできる。二人で白と黒の石を交互に打ち合い、最終的に盤面に多く存在している色の石のプレイヤーが勝利となる。

3D 立体オセロでは、 8×8 の盤面の上に、 4×4 と 2×2 の 2 つの立体盤を配置する。 4×4 の立体盤は上面に 4×4 マスと 4 つの側面に 4×1 マス、 2×2 の立体盤は上面に 2×2 マスと 4 つの側面に 2×1 マスがあり、側面にも石を置くことができる。

現在、 8×8 のマス目を持つオセロは可能な局面数が膨大であるため、初期局面での勝敗は判明しておらず、3D 立体オセロも同様である。そこで、本研究では、 $\alpha\beta$ 法を用いて 4×4 の盤面に 2×2 の立体盤を乗せた簡易版立体オセロを対象として完全解析を行う。

簡易版立体オセロでも完全解析には多くの時間が必要であったため、本研究では完全解析はできなかった。ゲーム木の深さを少しずつ深くしながら解析を行い、到達可能局面数と実行時間の増加量について分析することで、簡易版立体オセロでは、完全解析にかかる時間は、およそ 44 日が必要であり、通常の 3D 立体オセロの完全解析には、 5.4×10^{31} 年の時間が必要であると予想した。

目次

| | | |
|------|-------------------|----|
| 1 | 序論 | 1 |
| 1.1 | オセロ | 1 |
| 1.2 | 3D 立体オセロ | 2 |
| 1.3 | オセロの完全解析に関する既知の結果 | 2 |
| 1.4 | 本研究の目的 | 2 |
| 1.5 | 本報告書の構成 | 3 |
| 2 | 研究内容 | 3 |
| 2.1 | 縮小版立体オセロの局面数 | 4 |
| 2.2 | 探索方法 | 4 |
| 3 | 解析結果 | 4 |
| 3.1 | 表の説明 | 4 |
| 3.2 | N=1 | 5 |
| 3.3 | N=2 | 5 |
| 3.4 | N=3 | 6 |
| 3.5 | N=4 | 6 |
| 3.6 | N=5 | 6 |
| 3.7 | N=6 | 6 |
| 3.8 | N=7 | 6 |
| 3.9 | N=8 | 7 |
| 3.10 | N=9 | 7 |
| 3.11 | N=10 | 7 |
| 3.12 | N=11 | 7 |
| 3.13 | N=12 | 8 |
| 4 | 考察 | 8 |
| 5 | 結論・今後の課題 | 10 |
| | 謝辞 | 11 |
| | 参考文献 | 12 |

1 序論

1.1 オセロ

オセロは8×8のマス目を持つゲーム盤と片面が黒、もう片面が白の円盤状の石を用いるボードゲームである。空いているマスに自石を打ったときに、自石で敵石を挟むと挟んだ敵石をひっくり返して自石にできる。二人で白と黒の石を交互に打ち合い、最終的に盤面に多く存在している色の石のプレイヤーが勝利となる。

オセロには様々なバリエーションがある。盤面サイズの小さいミニオセロ、10×10の大きな盤を用いるグランドオセロ、盤面が八角形で角が8個あるエイトスターズオセロ、盤面が円形で角が無いニップ等がある。図1に各バリエーションの盤面を示す。

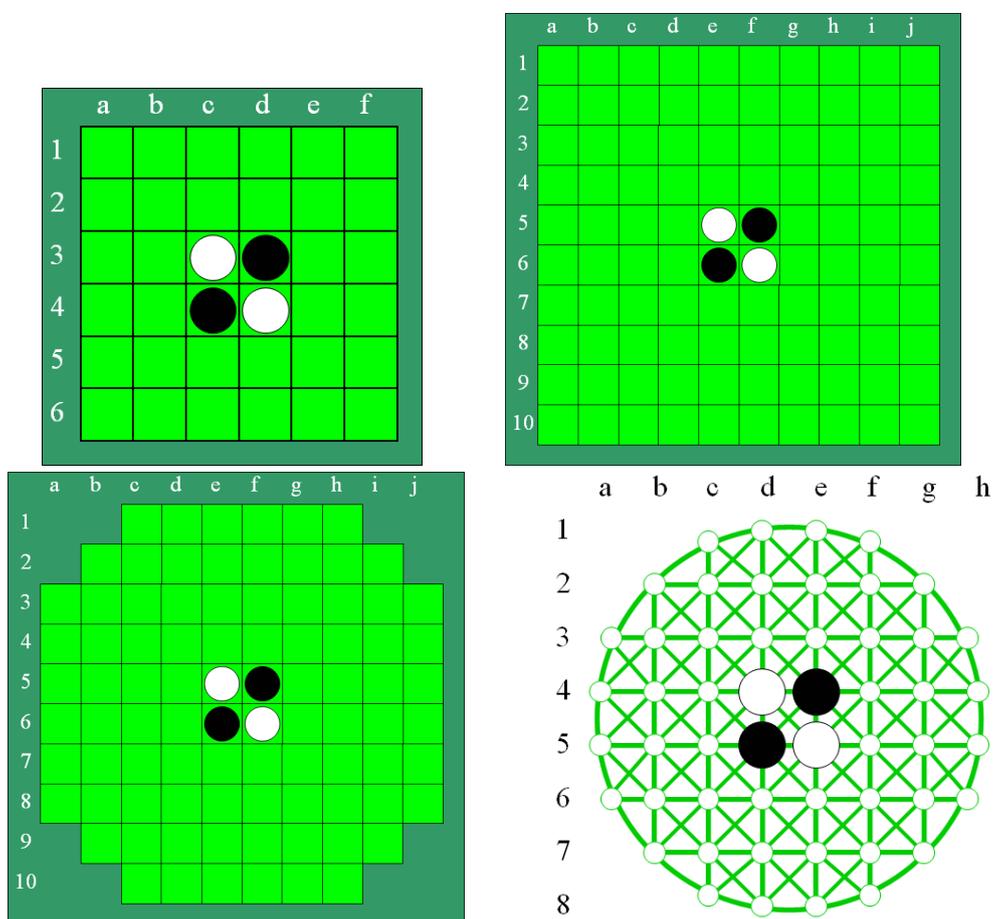


図1 ミニオセロ、グランドオセロ、エイトスターズオセロ、ニップの盤面

;

1.2 3D 立体オセロ

オセロのバリエーションの一つに、3D 立体オセロがある。3D 立体オセロ (以下「立体オセロ」とする) はメガハウス社から販売されている商品である [1]。立体オセロは、 8×8 の盤面の上に 4×4 と 2×2 の 2 つの立体盤を配置する。 4×4 の立体盤は上面に 4×4 マスと 4 つの側面に 4×1 マス、 2×2 の立体盤は上面に 2×2 マスと 4 つの側面に 2×1 マスがあり、側面にも石を置くことができる。立体オセロは側面を含む全てのマスに、赤色と青色の線が書かれており、通常のおセロと同じ縦、横、斜め方向に加えて、この線上で相手の色の石を挟むことができる場合でも石を置くことができる。初期配置は通常のおセロと同じように黒色と白色の石を 2 つずつ中央に置く。通常のおセロと同様、黒が先手である。図 2 に 3 D 立体オセロの盤面の投影図を示す。

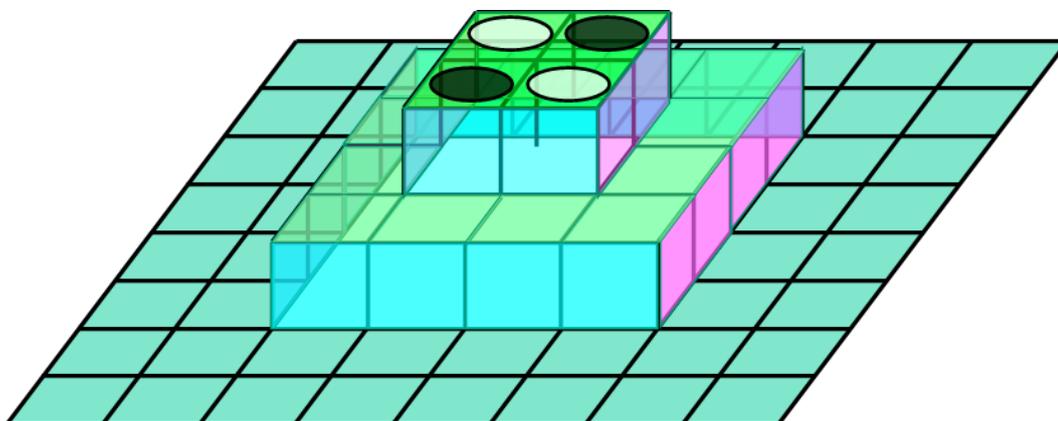


図 2 3D 立体オセロの盤面の投影図

1.3 オセロの完全解析に関する既知の結果

オセロは、二人零和有限確定完全情報ゲームに分類され、立体オセロも同様である。このクラスに分類されるゲームは必ず、先手必勝、後手必勝、引き分けのいずれかになるという性質を持つ。通常のおセロは、可能な局面数が膨大であるため、初期局面での勝敗は判明していない。しかし、盤面の縮小したミニオセロでは初期局面で先手勝ち、後手勝ち、引き分けのいずれになるか判明しているものもある [2, 3, 4]。表 1 にミニオセロの完全解析に関する既知の結果の一部を示す。

1.4 本研究の目的

立体オセロは可能な局面数が非常に大きいため、完全解析は不可能であると考えられる。通常のおセロに対するミニオセロのように、立体オセロも盤面を小さくした縮小版が考えられる。盤面サイズが十分に小さければ、縮小版の立体オセロの完全解析は可能である。しかし、立体オセロはマイナーなゲームであるため、縮小版も含めて完全解析は行われていない。

そこで本研究では、立体オセロの縮小版の完全解析をし、初期状態において先手必勝、後手必勝、引き分けのいずれであるかを検証することを目指す。

表 1 ミニオセロの完全解析に関する既知の結果 [2, 3]

| サイズ | 勝敗 | 石数 |
|--------|------|-----------|
| 4 × 4 | 後手必勝 | 黒 3 白 11 |
| 4 × 6 | 先手必勝 | 黒 20 白 4 |
| 4 × 8 | 先手必勝 | 黒 28 白 0 |
| 4 × 10 | 先手必勝 | 黒 39 白 0 |
| 6 × 6 | 後手必勝 | 黒 16 白 20 |

1.5 本報告書の構成

本報告書の構成を以下に示す。2章で研究内容の説明, 3章で解析結果, 4章で考察を行い, 5章で結論と今後の課題について述べる。

2 研究内容

本研究では, Python を用いて, $\alpha\beta$ 法による立体オセロの完全解析を行う。しかし, 立体オセロは可能な局面数が大きいため, 完全解析を行うのは難しい。そこで本研究では完全解析可能な局面数とするために, 4×4 と 2×2 の2つのみを用いる簡易版立体オセロで解析を行う。 4×4 は縦4横4の16マスから成る平面の盤であり, 2×2 は, 上面に縦2横2の4マス, 4つの側面に2マスずつの計12マスから成る立体の盤である。また, 本来の立体オセロでは 4×4 と 2×2 の立体盤は盤面の好きな場所に配置できるが, 本研究では盤面の中央に固定する。このため, 4×4 の中央4マスは使用できない。よって, 簡易版3D立体オセロは 4×4 が12マス, 2×2 が12マスの計24マスから成る。図3, 図4に本研究が対象とする簡易版3D立体オセロの盤面の投影図および展開図を示す。

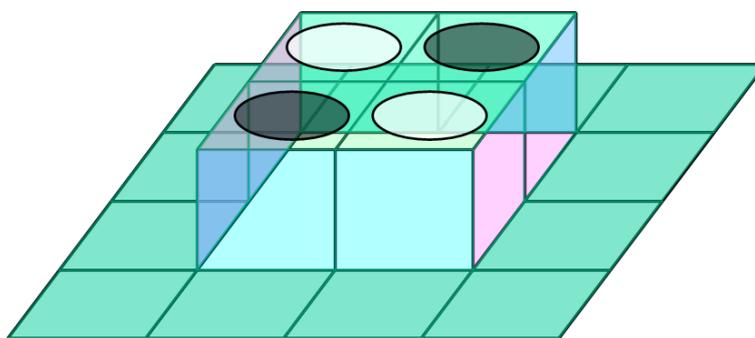


図 3 簡易版 3D 立体オセロの盤面の投影図

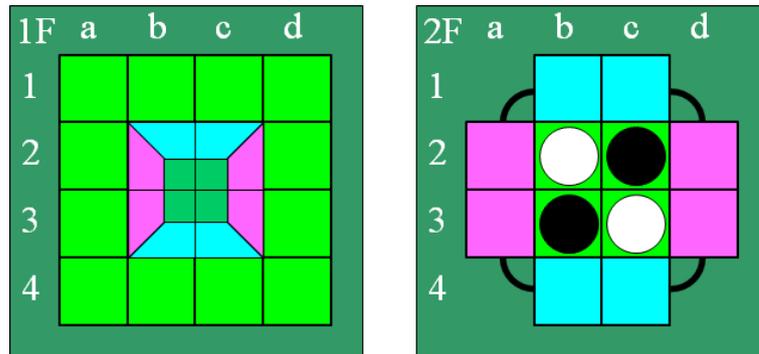


図4 簡易版3D立体オセロの盤面の展開図

2.1 縮小版立体オセロの局面数

簡易版立体オセロの局面数を見積もる。24 マスのうち、初期配置されている4マスは白か黒の2通り、それ以外の20マスは白か黒か空の3通りである。対称性を考慮すると、先手の1手目はどこに打っても本質的な手筋は変わらない。従って、局面数は $2^4 \times 3^{20}/4$ より、最大 13,947,137,604 通りであると見積もることができる。

2.2 探索方法

本節では簡易版3D立体オセロの解析を行うための手法について述べる。本研究では、解析方法としてミニマックス法の改良した探索手法である $\alpha\beta$ 法を用いる。

ミニマックス法は相手が自分にとって常に最悪手を打つと仮定した時に、自分の最善手を探索するアルゴリズムである。 $\alpha\beta$ 法はミニマックス法を改良したアルゴリズムである。 $\alpha\beta$ 法では、ミニマックス法において絶対に採用されない手がある時に枝刈りを行い、探索を打ち切ることで探索時間を削減することができる。 $\alpha\beta$ 法とミニマックス法では同じ探索結果が得られる。

3 解析結果

簡易版立体オセロの初期局面では、24マスのうち、20マスが空きマスであることから、パスを考慮しなければ、最大の木の深さは20段である。初めに木の深さを制限せず解析を行ったところ、実行時間が大きく、解析が完了しなかった。そこで、プログラム中に、両プレイヤーが置くことができる石の数の合計を制限するコードを追加する。これを利用して、置くことができる石の総数を少しずつ増やしていく。以下、両プレイヤーが置くことができる石の数を N とする。

図4の各マスに対して、図5のように番号を割り当てる。

3.1 表の説明

解析結果の表について説明する。手順は左の数字から順に、図5の番号に対応するマスに石を置くことを表す。有利不利は先手有利、後手有利のどちらかを $\alpha\beta$ 法による解析結果から判断する。到達可能局面数は、

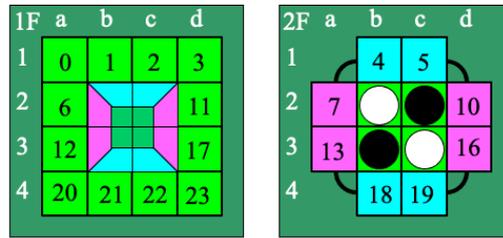


図5 簡易版3D立体オセロの盤面の展開図に対する番号の割り当て

ゲーム木のノードの総数を表す。実行時間は有利不利を求めるまでに、かかった時間である。

3.2 N=1

N=1の時の解析結果を表2に示す。

表2 N=1の時の解析結果

| | |
|---------|-------|
| 手順 | 4 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 2 |
| 実行時間(秒) | 0.002 |

3.3 N=2

N=2の時の解析結果を表3に示す。

表3 N=2の時の解析結果

| | |
|---------|-------|
| 手順 | 4 5 |
| 有利不利 | 拮抗 |
| 到達可能局面数 | 4 |
| 実行時間(秒) | 0.004 |

3.4 N=3

N=3 の時の解析結果を表 4 に示す.

表 4 N=3 の時の解析結果

| | |
|----------|---------|
| 手順 | 4 13 18 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 8 |
| 実行時間 (秒) | 0.006 |

3.5 N=4

N=4 の時の解析結果を表 5 に示す.

表 5 N=4 の時の解析結果

| | |
|----------|-----------|
| 手順 | 4 13 18 5 |
| 有利不利 | 後手有利 |
| 到達可能局面数 | 19 |
| 実行時間 (秒) | 0.014 |

3.6 N=5

N=5 の時の解析結果を表 6 に示す.

表 6 N=5 の時の解析結果

| | |
|----------|--------------|
| 手順 | 4 13 18 5 10 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 58 |
| 実行時間 (秒) | 0.023 |

3.7 N=6

N=6 の時の解析結果を表 7 に示す.

3.8 N=7

N=7 の時の解析結果を表 8 に示す.

表 7 N=6 の時の解析結果

| | |
|----------|--------------|
| 手順 | 4 5 10 2 1 7 |
| 有利不利 | 後手有利 |
| 到達可能局面数 | 212 |
| 実行時間 (秒) | 0.087 |

表 8 N=7 の時の解析結果

| | |
|----------|-----------------|
| 手順 | 4 5 10 2 1 0 16 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 769 |
| 実行時間 (秒) | 0.204 |

3.9 N=8

N=8 の時の解析結果を表 9 に示す.

表 9 N=8 の時の解析結果

| | |
|----------|--------------------|
| 手順 | 4 5 10 2 1 0 16 18 |
| 有利不利 | 後手有利 |
| 到達可能局面数 | 2964 |
| 実行時間 (秒) | 0.648 |

3.10 N=9

N=9 の時の解析結果を表 10 に示す.

表 10 N=9 の時の解析結果

| | |
|----------|------------------------|
| 手順 | 4 5 16 13 12 19 10 2 7 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 10880 |
| 実行時間 (秒) | 2.060 |

3.11 N=10

N=10 の時の解析結果を表 11 に示す.

3.12 N=11

N=11 の時の解析結果を表 12 に示す.

表 11 N=10 の時の解析結果

| | |
|----------|------------------------|
| 手順 | 4 13 19 1 7 12 6 0 2 5 |
| 有利不利 | 後手有利 |
| 到達可能局面数 | 41268 |
| 実行時間 (秒) | 11.130 |

表 12 N=11 の時の解析結果

| | |
|----------|----------------------------|
| 手順 | 4 13 18 5 7 1 2 3 10 21 19 |
| 有利不利 | 先手有利 |
| 到達可能局面数 | 144661 |
| 実行時間 (秒) | 65.394 |

3.13 N=12

N=12 の時の解析結果を表 13 に示す.

表 13 N=12 の時の解析結果

| | |
|----------|--------------------------------|
| 手順 | 4 13 19 1 12 10 5 18 16 7 2 17 |
| 有利不利 | 後手有利 |
| 到達可能局面数 | 499916 |
| 実行時間 (秒) | 440.912 |

4 考察

3 で得られた結果から, 到達可能局面数と実行時間について表 14 にまとめる.

図 6 は解析結果の N と到達可能局面数の関係をグラフで表したものである. これらのデータに対して, 指数近似によって, 近似曲線を求めると $y = 0.27e^{1.17x}$ という式が得られた. これは N の値を x とした時, それに対応する到達可能局面数を表す y がただ一つ求められるということである.

図 7 は解析結果の到達可能局面数と実行時間の関係をグラフで表したものである. これらのデータに対して, 線形近似によって, 近似式を求めると $y = 0.0009x - 7.01$ という式が得られた. これは到達可能局面数の値を x とした時, それに対応する実行時間を表す y がただ一つ求められるということである.

簡易版立体オセロの空きマスが 20 マスであり, 通常の 3D 立体オセロの空きマスが 84 マスであることから, 上記の 2 つの式を用いて, $N = 20$, $N = 84$ の時の到達可能局面数と実行時間の予想を表 15 にまとめる. 表 15 から簡易版立体オセロの最大の実行時間は一ヶ月半ほどだと考えられる. また, 通常の 3D 立体オセロは現実的な時間では完全解析が不可能であると考えられる.

表 14 N ごとの到達可能局面数と実行時間

| N | 到達可能局面数 | 実行時間 (秒) |
|----|---------|----------|
| 1 | 2 | 0.002 |
| 2 | 4 | 0.004 |
| 3 | 8 | 0.006 |
| 4 | 19 | 0.014 |
| 5 | 58 | 0.023 |
| 6 | 212 | 0.087 |
| 7 | 769 | 0.204 |
| 8 | 2964 | 0.648 |
| 9 | 10880 | 2.060 |
| 10 | 41268 | 11.130 |
| 11 | 144661 | 65.394 |
| 12 | 499916 | 440.912 |

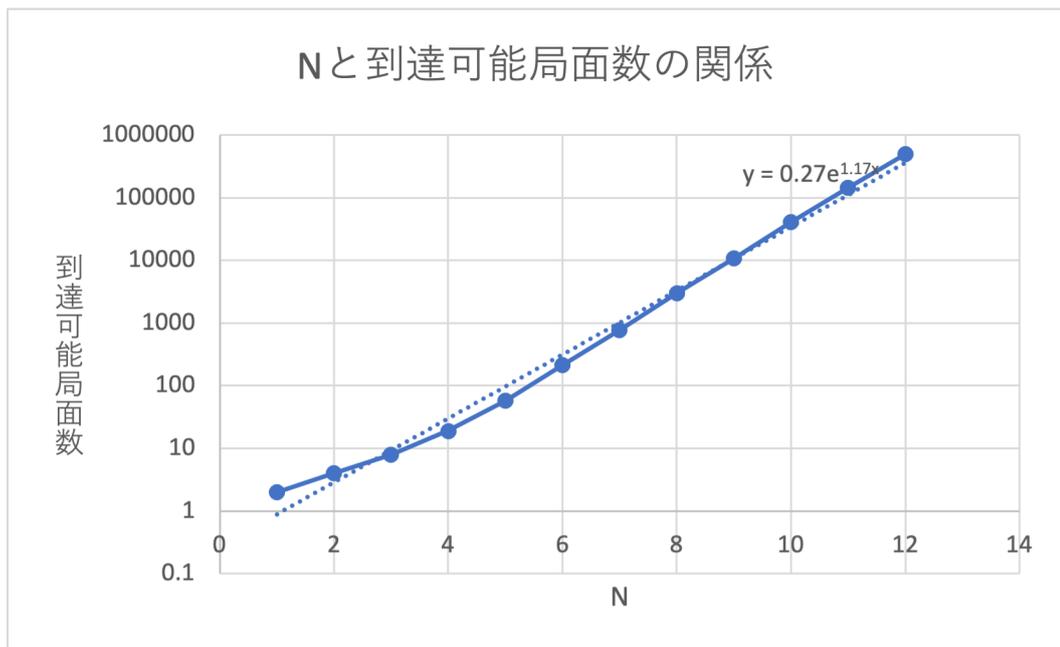


図 6 N と到達可能局面数の関係

表 15 N=20, N=84 の時の到達可能局面数と実行時間の予想

| | 到達可能局面数 | 実行時間 |
|-----------------|----------------------|--------------------------|
| 簡易版立体オセロ (N=20) | 4.3×10^9 | 44(日) |
| 3D 立体オセロ (N=84) | 1.9×10^{42} | 5.4×10^{31} (年) |

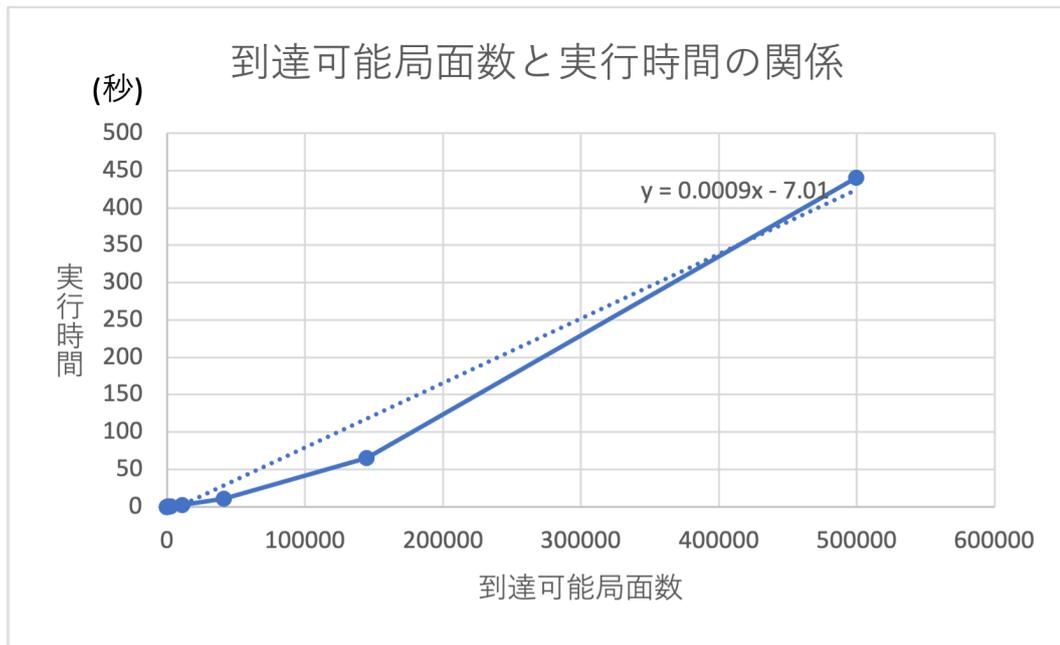


図 7 到達可能局面数と実行時間の関係

5 結論・今後の課題

本研究では、簡易版立体オセロの完全解析を行うことはできなかったが、一ヶ月半ほどの実行時間で解析可能であると予想した。より効率的なアルゴリズムの考案により、探索の高速化を実現することが今後の課題であると考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり，石水隆先生には様々なご指導を頂きました。心から感謝いたします。

参考文献

- [1] 株式会社メガハウス, 3D 立体オセロ, (2021) <https://megahouse.co.jp/megatoy/products/item/3514/>
- [2] Joel Feinstein : Amenor Wins World 6x6 Championships!, Forty billion noted under the tree, pp.6-8, British Othello Federation's newsletter. (1993)
- [3] 竹下拓輝, 池田諭, 坂本真人, 伊藤隆夫 : 縮小盤オセロにおける完全解析, 情報処理学会九州支部火の国情報シンポジウム, No.1A-2, pp.1-6 (2015)
- [4] 中村和樹 : 奇数マスを含む縮小版オセロの完全解析, サレジオ工業高等専門学校 2016 年度卒業研究概要集, p.135 (2017)