論理回路

第12回 順序回路の状態数の最小化

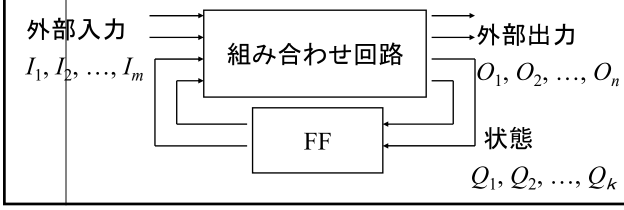
http://www.info.kindai.ac.jp/LC
E館3階E-331 内線5459
takasi-i@info.kindai.ac.jp

1

順序回路の最小化

- 順序回路 = 組み合わせ回路 + FF
  - 組み合わせ回路の最小化
    - カルノー図, QM法
  - FFを最小化するには？

状態数を最小化する



2

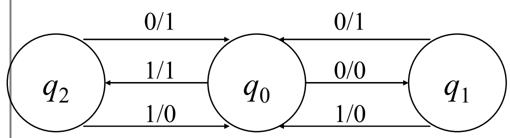
設計の手順

- 仕様書→設計図→論理関数→論理回路
- 仕様書
  - 人間に分かり易い文章で書かれている
  - 状態数は最小とは限らない

3

仕様書の例

- 0 が入力されると 0 を出力
  - 0 の後 0 が入力されると 1 を出力して初期状態へ
  - 0 の後 1 が入力されると 0 を出力して初期状態へ
- 1 が入力されると 1 を出力
  - 1 の後 0 が入力されると 1 を出力して初期状態へ
  - 1 の後 1 が入力されると 0 を出力して初期状態へ

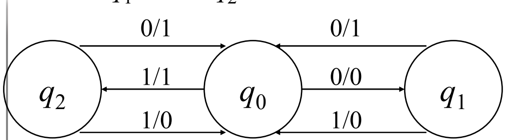


3状態2FF必要？

4

等価な状態

- 状態q_1と状態q_2



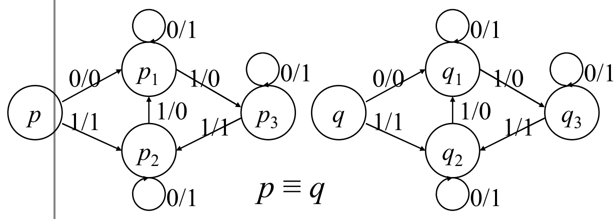
どちらも
- 0 が入力されると 1 を出力して q_0 へ
- 1 が入力されると 0 を出力して q_0 へ

全く同じ動作 ⇒ 両者を区別する必要無し

5

状態の等価性

- 定義: 状態の等価性
  - 状態 p と状態 q に対して同一の入力列を与えたとき、その出力が全て同じ
  - ⇒状態 p と状態 q が等価である ($p \equiv q$)



$p \equiv q$

6

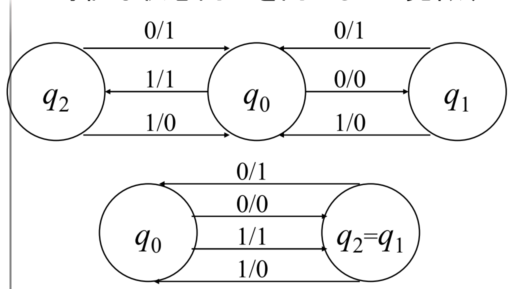
等価状態の性質

- $p \equiv p$ (反射則)
- $p \equiv q$ ならば $q \equiv p$ (対称則)
- $p \equiv q$ かつ $q \equiv r$ ならば $p \equiv r$ (推移則)

7

状態数の最小化

- 等価な状態同士を同じものと見做す



2状態1FFで設計可能

8

状態数最小化の手順

- 手法1 状態遷移表の分割
  1. 異なる出力を生成する状態対をグループに分割
  2. 以下を分割できなくなるまで繰り返す
     - 同一の入力に対し、遷移先の状態が異なるグループに属すればその状態対をグループに分割
  3. グループごとに1つの状態に併合
- 手法2 状態併合表
  1. 異なる出力を持つ状態対に×を付ける
  2. 遷移先の状態対を記入
  3. 以下を×が付かなくなるまで繰り返す
     - 遷移先に×が付いていればその状態対に×を付ける
  4. 等価な状態対を決定

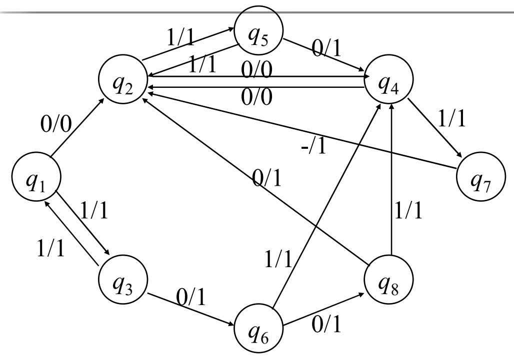
9

例題 状態数の最小化

Q	Q^+		O	
	I =0	I =1	I =0	I =1
1	2	3	0	1
2	4	5	0	1
3	6	1	1	1
4	2	7	0	1
5	4	2	1	1
6	8	4	1	1
7	2	2	1	1
8	2	4	1	1

10

状態遷移図



11

1.異なる出力を生成する状態対を分割

グループ $R^{(1)}$	Q	Q^+		O	
		I =0	I =1	I =0	I =1
1	1	2	3	0	1
1	2	4	5	0	1
2	3	6	1	1	1
1	4	2	7	0	1
2	5	4	2	1	1
2	6	8	4	1	1
2	7	2	2	1	1
2	8	2	4	1	1

出力のパターンは(0,1)と(1,1)

グループ r_1 出力(0,1)

グループ r_2 出力(1,1)

12

2.遷移先グループが異なる状態対を分割(1)

グループ $R^{(1)}$	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$
1	1	2	3	1	2
	2	4	5	1	2
	4	2	7	1	2
2	3	6	1	2	1
	5	4	2	1	1
	6	8	4	2	1
	7	2	3	1	1
	8	2	4	1	1

r_2の遷移のパターンは(2,1)と(1,1)

グループ r_2' 遷移(2,1)

グループ r_3 遷移(1,1)

13

2.遷移先グループが異なる状態対を分割(2)

グループ $R^{(2)}$	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$
1	1	2	3	1	2
	2	4	5	1	3
	4	2	7	1	3
2	3	6	1	2	1
	6	8	4	3	1
3	5	4	2	1	1
	7	2	2	1	1
	8	2	4	1	1

r_1の遷移のパターンは(1,2)と(1,3)

r_2の遷移のパターンは(2,1)と(3,1)

14

2.遷移先グループが異なる状態対を分割(3)

グループ $R^{(3)}$	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$
1	1	2	3	2	3
2	2	4	5	2	5
	4	2	7	2	5
3	3	6	1	4	1
4	6	8	4	5	2
5	5	4	2	2	2
	7	2	2	2	2
	8	2	4	2	2

同一

これ以上分割不能なので終了

同一

15

3.グループごとに1つの状態に併合

R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
1	1	2,4	3	2	3	0	1
2	2,4	2,4	5,7,8	2	5	0	1
3	3	6	1	4	1	1	1
4	6	5,7,8	2,4	5	2	1	1
5	5,7,8	2,4	2,4	2	2	1	1

16

状態併合表

- 等価性を判定するための表

例: q_1 〜 q_5 の等価性を判定

q_2	×			
q_3				
q_4				
q_5				
	q_1	q_2	q_3	q_4

q_1とq_2が異なるグループなら×を付ける

最後まで×が付かなければ等価

17

1.異なる出力を生成する状態対をチェック

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$							
1	2	3	0	1	1						
2	4	5	0	1		2					
3	6	1	1	1	×	×	3				
4	2	7	0	1			×	4			
5	4	2	1	1	×	×		×	5		
6	8	4	1	1	×	×		×		6	
7	2	2	1	1	×	×		×			7
8	2	4	1	1	×	×		×			

出力のパターンは(0,1)と(1,1)

異なる出力を持つ状態対に×を付ける

18

2.遷移先の状態を記入

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$								
1	2	3	0	1	1							
2	4	5	0	1	2 4 3 5	2						
3	6	1	1	1	×	×	3					
4	2	7	0	1	2 2 3 7	4 2 5 7	×	4				
5	4	2	1	1	×	×	6 4 1 2	×	5			
6	8	4	1	1	×	×	6 8 1 4	×	4 8 2 4	6		
7	2	2	1	1	×	×	6 2 1 2	×	4 2 2 2	8 2 4 2	7	
8	2	4	1	1	×	×	6 2 1 4	×	4 2 2 4	8 2 4 4	2 2 2 4	

$q_1,I=0$ $q_2,I=0$
$q_1,I=1$ $q_2,I=1$
の遷移先

19

2'.不要な状態対を消去

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$								
1	2	3	0	1	1							
2	4	5	0	1	2 4 3 5	2						
3	6	1	1	1	×	×	3					
4	2	7	0	1	~~2 2~~ 3 7	~~4 2~~ 5 7	×	4				
5	4	2	1	1	×	×	6 4 1 2	×	5			
6	8	4	1	1	×	×	6 8 1 4	×	4 8 2 4	6		
7	2	2	1	1	×	×	6 2 1 2	×	4 2 ~~2 2~~	8 2 4 2	7	
8	2	4	1	1	×	×	6 2 1 4	×	4 2 ~~2 4~~	8 2 ~~4 4~~	~~2 2~~ 2 4	

2 2 は同じなので等価

4 2 は自分自身
なので等価

2 4 と 4 2は
同一

20

3.遷移先の状態をチェック(1)

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$								
1	2	3	0	1	1							
2	4	5	0	1	2 4 3 5	2						
3	6	1	1	1	×	×	3					
4	2	7	0	1	3 7	5 7	×	4				
5	4	2	1	1	×	×	×	×	5			
6	8	4	1	1	×	×	6 8 1 4	×	×	6		
7	2	2	1	1	×	×	×	×	4 2	×	7	
8	2	4	1	1	×	×	×	×	2 4	×	2 4	

q_4q_6は×なので
4 6に×を付ける

21

3.遷移先の状態をチェック(2)

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$								
1	2	3	0	1	1							
2	4	5	0	1	×	2						
3	6	1	1	1	×	×	3					
4	2	7	0	1	×	5 7	×	4				
5	4	2	1	1	×	×	×	×	5			
6	8	4	1	1	×	×	×	×	4 8 2 4	6		
7	2	2	1	1	×	×	×	×	4 2	8 2 4 2	7	
8	2	4	1	1	×	×	×	×	2 4	×	2 4	

q_3q_5は×なので
3 5に×を付ける

22

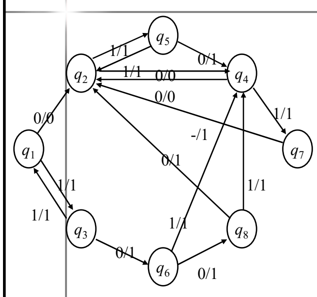
4.等価な状態の決定

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$								
1	2	3	0	1	1							
2	4	5	0	1	×	2						
3	6	1	1	1	×	×	3					
4	2	7	0	1	×	5 7	×	4				
5	4	2	1	1	×	×	×	×	5			
6	8	4	1	1	×	×	×	×	×	6		
7	2	2	1	1	×	×	×	×	4 2	×	7	
8	2	4	1	1	×	×	×	×	2 4	×	2 4	

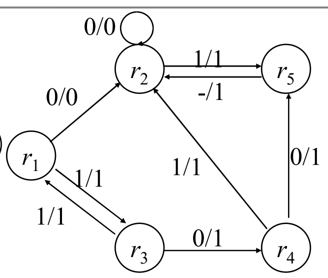
最後まで×が
付かなかった
(2,4)(5,7)(5,8)(7,8)
が等価

23

最小化後の状態遷移図



最小化前



最小化後

24

不完全指定順序回路の最小化

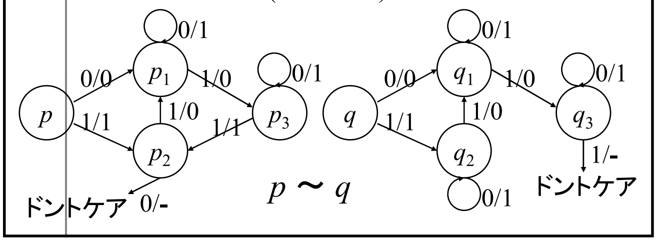
- 完全指定順序回路
  - 等価性を用いて最小化する
- 不完全指定論理回路
  - ドントケアに対しては等価性を規定できない
  - ⇒ドントケアに対して規定可能な等価性に似た概念を導入する

状態の両立性

25

状態の両立性

- 定義: 状態の両立性
  - 状態 p と状態 q に対して同一の入力列を与えたとき、その出力が存在するならば全て同じ
  - ⇒状態 p と状態 q が両立する (p~q)
  - 存在しない出力(ドントケア)は無視する

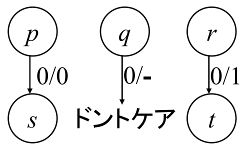


26

両立状態の性質

- p ~ p (反射則)
- p ~ q ならば q ~ p (対称則)
- ✧ 推移則は満たさない
- p ~ q かつ q ~ r でも p ~ r とは限らない

状態 p : I =0 で状態s へ
状態 q : I =0 はドントケア
状態 r : I =0 で状態t ($\neq s$)へ



27

状態数最小化の手順(両立性)

- 手法 状態併合表
  1. 異なる出力を持つ状態対に×を付ける
     - いずれか、あるいは両方の出力がドントケアであれば同一と見做す
  2. 遷移先の状態対を記入
     - ドントケアであれば同一の遷移先と見做す
  3. 以下を×が付かなくなくなるまで繰り返す
     - 遷移先に×が付いていればその状態対に×を付ける
  4. 両立する状態対を決定
- ✓ 状態遷移表の分割でも可能だが、複雑になる

28

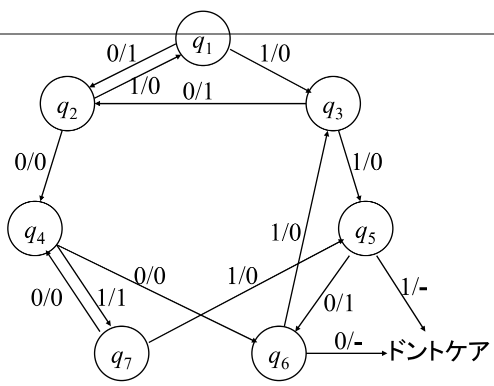
例題 両立の判定

- 不完全指定順序回路の両立性を調べよ

Q	Q^+		O	
	I =0	I =1	I =0	I =1
1	2	3	1	0
2	4	1	0	0
3	2	5	1	0
4	6	7	0	1
5	6	-	1	-
6	-	3	-	0
7	4	5	0	0

29

状態遷移図



30

1.異なる出力を生成する状態対をチェック

出力のパターンは
(0,0)(0,1)(1,0)(1,-)(-,0)

異なる出力を
持つ状態対に
×を付ける

(1,0)(1,-)は
同一と見做す

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
1	2	3	1	0	1					
2	4	1	0	0	×	2				
3	2	5	1	0		×	3			
4	6	7	0	1	×	×	×			
5	6	-	1	-		×		×	5	
6	-	3	-	0				×		6
7	4	5	0	0	×			×	×	

2.遷移先の状態を記入

$q_1,I=0$ $q_3,I=0$
$q_1,I=1$ $q_3,I=1$
の遷移先

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
1	2	3	1	0	1					
2	4	1	0	0	×	2				
3	2	5	1	0	2 2 3 5	×	3			
4	6	7	0	1	×	×	×	4		
5	6	-	1	-	2 6 3 -	×	2 6 5 -	×	5	
6	-	3	-	0	2 - 3 3	4 - 1 3	2 - 5 3	×	6 - - 3	6
7	4	5	0	0	×	4 4 1 5	2 4 5 5	×	×	- 4 3 5

2'.不要な状態対を消去

2 2 は同じなので両立

いずれかがドントケアなら同一と見做す

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
1	2	3	1	0	1					
2	4	1	0	0	×	2				
3	2	5	1	0	~~2 2~~ 3 5	×				
4	6	7	0	1	×		×	4		
5	6	-	1	-	2 6 ~~3 -~~	×	2 6 ~~5 -~~	×	5	
6	-	3	-	0	~~2 -~~ ~~3 3~~	~~4 -~~ 1 3	~~2 -~~ 5 3	×	~~6 -~~ ~~- 3~~	6
7	4	5	0	0	×	~~4 4~~ 1 5	2 4 ~~5 5~~	×	×	~~- 4~~ 3 5

3.遷移先の状態をチェック

q_2q_4は×なので
2 4に×を付ける

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
1	2	3	1	0	1					
2	4	1	0	0	×	2				
3	2	5	1	0	3 5	×	3			
4	6	7	0	1	×	×	×	4		
5	6	-	1	-	2 6	×	2	×	5	
6	-	3	-	0		1 3	5 3	×		6
7	4	5	0	0	×	1 5	× 2 4	×	×	3 5

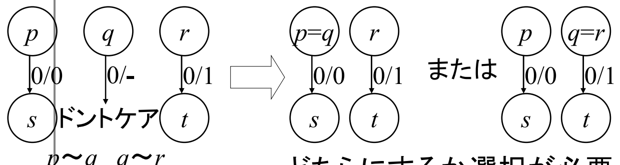
4.両立する状態の決定

最後まで×が
付かなかった
(1,3)(1,5)(1,6)(2,6)
(2,7)(3,5)(3,6)(5,6)
(6,7)が両立

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
1	2	3	1	0	1					
2	4	1	0	0	×	2				
3	2	5	1	0	3 5	×	3			
4	6	7	0	1	×	×	×	4		
5	6	-	1	-	2 6	×	2 6	×	5	
6	-	3	-	0		1 3	5 3	×		6
7	4	5	0	0	×	1 5	×	×	×	3 5

等価性と両立性の違い

- 等価性：推移則を満たす
  - 等価な状態は同一状態として良い
- 両立性：推移則を満たさない
  - 両立な状態が同一状態にできるとは限らない



どちらにするか選択が必要

両立集合

■ 定義 (両立集合)

– 状態集合 $C=\{q_1,q_2,\ldots q_n\}$ において、任意の状態対(q_i, q_j) $(1\leqq i,j\leqq n)$ が両立する

$\Leftrightarrow$ C は両立集合である

例 : $C=\{q_1,q_2,q_3,q_4\}$が両立集合

$\Leftrightarrow q_1 \sim q_2,\ q_1 \sim q_3,\ q_1 \sim q_4,$

$q_2 \sim q_3,\ q_2 \sim q_4,\ q_3 \sim q_4$

✓要素数が 1 の集合 $C=\{q_i\}$は両立集合

37

状態の被覆

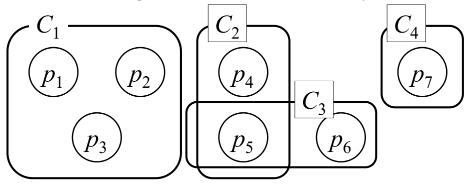
■ p_i $(1\leqq i\leqq n)$: 順序回路の状態

■ C_j $(1\leqq j\leqq m)$: 状態の集合

$\{C_1,C_2,\ldots,C_m\}$が$\{p_1,p_2,\ldots,p_n\}$を被覆(cover)する

$\Leftrightarrow$全てのp_iがいずれかのC_jに含まれる

例: $\{C_1,C_2,C_3,C_4\}$が$\{p_1,p_2,\ldots, p_7\}$を被覆



38

状態遷移の閉包

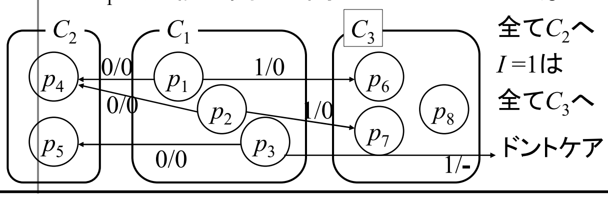
■ p_i $(1\leqq i\leqq n)$: 順序回路の状態

■ C_j $(1\leqq j\leqq m)$: 状態の集合

$\{C_1,C_2,\ldots,C_m\}$が遷移に関して閉じている

$\Leftrightarrow$$C_j$ 内のp_i への同じ入力の遷移先は全て同じC_k

例: C_1が遷移に関して閉じている



39

不完全指定順序回路の最小形

■ 次の2つの条件を満たす両立集合の集合 $\Pi=\{C_1, C_2, \ldots, C_m\}$

– 被覆性 : 全ての状態q_i はいずれかの両立集合C_i $(0\leqq i\leqq m)$に含まれる

– 閉包性 : 遷移に関して演算が閉じている

両立集合C_i の全ての要素に対し同じ入力を与えたとき、遷移先の要素はいずれかの両立集合C_j $(0\leqq j\leqq m)$に含まれる

40

状態数最小化の手順 (両立集合の選択)

4. 両立する状態対を決定
5. 両立集合を求める
6. 被覆性,閉包性を満たし要素数が最小の組み合わせを選ぶ
7. 集合ごとに1つの状態に併合

41

例題 両立集合の選択

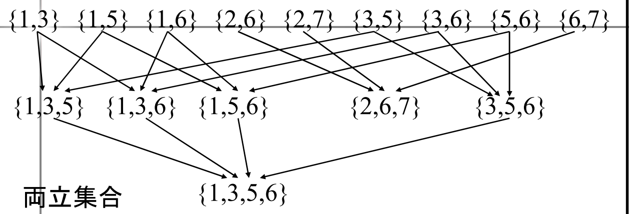
Q	Q^+		O	
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	2	3	1	0
2	4	1	0	0
3	2	5	1	0
4	6	7	0	1
5	6	-	1	-
6	-	3	-	0
7	4	5	0	0

両立する状態対は

(1,3)(1,5)(1,6)(2,6)(2,7)(3,5)(3,6)(5,6)(6,7)

42

5. 両立集合を求める



両立集合

{1}{2}{3}{4}{5}{6}{7}

{1,3}{1,5}{1,6}{2,6}{2,7}{3,5}{3,6}{5,6}{6,7}

{1,3,5}{1,3,6}{1,5,6}{2,6,7}{3,5,6}

{1,3,5,6}

43

6-1.被覆性を満たす組み合わせを選ぶ

両立集合

{1}{2}{3}{4}{5}{6}{7}

{1,3}{1,5}{1,6}{2,6}{2,7}{3,5}{3,6}{5,6}{6,7}

{1,3,5}{1,3,6}{1,5,6}{2,6,7}{3,5,6}

{1,3,5,6}

全ての状態を含む組み合わせ

組み合わせ1 : {1,3,5}{2,6,7}{4}

組み合わせ2 : {1,3,5,6}{2,7}{4}

組み合わせ3 : {1,3,5,6}{2,6,7}{4}

それぞれ閉包性を満たすかチェックする

44

6-2 閉包性を満たすかチェック(1)

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1	2	3	2	1	1	0
	3	2	5	2	1	1	0
	5	6	-	2	-	1	-
2	2	4	1	3	1	0	0
	6	-	3	-	1	-	0
	7	4	5	3	1	0	0
3	4	6	7	2	2	0	1

全て閉包性を満たす

同一

同一

45

6-2 閉包性を満たすかチェック(2)

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1	2	3	2	1	1	0
	3	2	5	2	1	1	0
	5	6	-	1	-	1	-
	6	-	3	-	1	-	0
2	2	4	1	3	1	0	0
	7	4	5	3	1	0	0
3	4	6	7	1	2	0	1

r_1のR^+が異なる

閉包性を満たさない

46

6-2 閉包性を満たすかチェック(3)

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1	2	3	2	1	1	0
	3	2	5	2	1	1	0
	5	6	-	1,2	-	1	-
	6	-	3	-	1	-	0
2	2	4	1	3	1	0	0
	6	-	3	-	1	-	0
	7	4	5	3	1	0	0
3	4	6	7	1,2	2	0	1

r_1かr_2のどちらかを選択可能

r_2を選択すれば全て閉包性を満たす

47

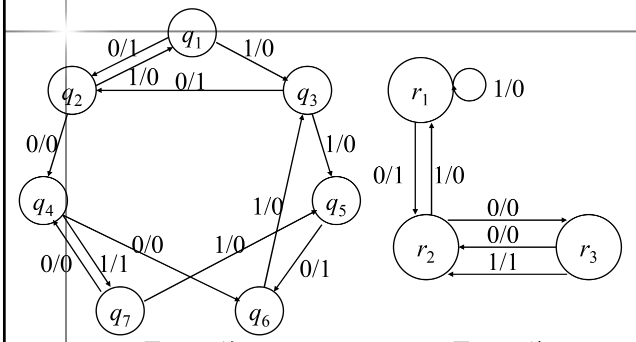
7.集合ごとに1つの状態に併合

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1,3,5	2,6	3,5	2	1	1	0
2	2,6,7	4	1,3,5	3	1	0	0
3	4	6	7	2	2	0	1

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1,3,5,6	2,6	3,5	2	1	1	0
2	2,6,7	4	1,3,5	3	1	0	0
3	4	6	7	1,2	2	0	1

48

最小化後の状態遷移図



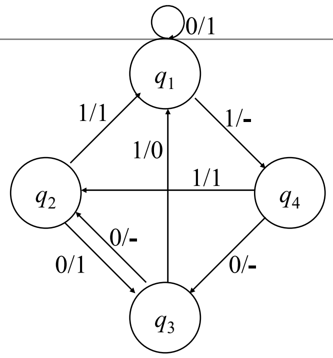
最小化前　　最小化後

例題：不完全指定順序回路の最小化

Q	Q^+		O	
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
1	1	4	1	-
2	3	1	1	1
3	2	1	-	0
4	3	2	-	1

遷移先関数は指定されているが
出力関数はドントケア

状態遷移図



1.異なる出力を生成する状態対をチェック

Q	Q^+		O				
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$			
1	1	4	1	-	1		
2	3	1	1	1		2	
3	2	1	-	0		×	3
4	3	2	-	1			×

出力のパターンは
(1,1)(1,-)(-,0)(-,1)

(1,1)と(1,-)は
同一と見做す

2.遷移先の状態を記入

Q	Q^+		O				
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$			
1	1	4	1	-	1		
2	3	1	1	1	1 3 4 1	2	
3	2	1	-	0	1 2 4 1	×	3
4	3	2	-	1	1 3 4 2	3 3 1 2	×

q_1,$I=0$ q_2,$I=0$
q_1,$I=1$ q_2,$I=1$
の遷移先

2'.不要な状態対を消去

Q	Q^+		O				
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$			
1	1	4	1	-	1		
2	3	1	1	1	1 3 4 1	2	
3	2	1	-	0	1 2 4 1	×	3
4	3	2	-	1	1 3 4 2	~~3 3~~ 1 2	×

3 3 は同じなので両立

4.両立する状態の決定

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$			
1	1	4	1	-	1		
2	3	1	1	1	1 3 4 1	2	
3	2	1	-	0	1 2 4 1	×	3
4	3	2	-	1	1 3 4 2	1 2	×

最後まで×が付かなかった(1,2)(1,3)(1,4)(2,4)が両立

5. 両立集合を求める

{1,2} {1,3} {1,4} {2,4}

{1,2,4}

両立集合は

{1}{2}{3}{4}

{1,2}{1,3}{1,4}{2,4}

{1,2,4}

6-1.被覆性を満たす組み合わせを選ぶ

両立集合

{1}{2}{3}{4}

{1,2}{1,3}{1,4}{2,4}

{1,2,4}

全ての状態を含む組み合わせ

組み合わせ1 : {3}{1,2,4}

組み合わせ2 : {1,3}{2,4}

組み合わせ3 : {1,3}{1,2,4}

それぞれ閉包性を満たすかチェックする

6-2 閉包性を満たすかチェック(1)

R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
1	3	2	1	2	2	-	0
2	1	1	4	2	2	1	-
	2	3	1	1	2	1	1
	4	3	2	1	2	-	1

r_2のR^+が閉包性を満たさない

6-2 閉包性を満たすかチェック(2)

R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
1	1	1	4	1	2	1	-
	3	2	4	2	2	-	0
2	2	3	1	1	1	1	1
	4	3	2	1	2	-	1

r_1,r_2のR^+が閉包性を満たさない

6-2 閉包性を満たすかチェック(3)

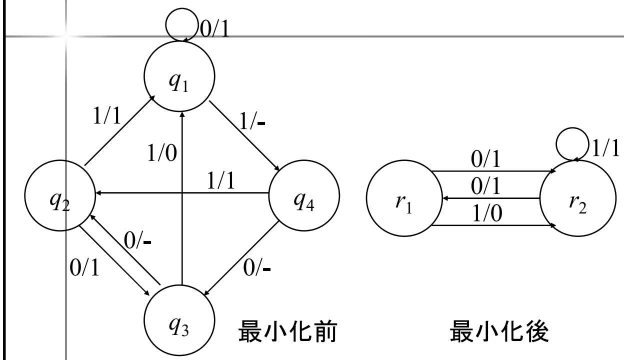
R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
1	1	1	4	1,2	2	1	-
	3	2	4	2	2	-	0
2	1	1	4	1,2	2	1	-
	2	3	1	1	1,2	1	1
	4	3	2	1	2	-	1

r_2を選択　r_1を選択　r_2を選択

7.集合ごとに1つの状態に併合

R	Q	Q^+		R^+		O	
		I=0	I=1	I=0	I=1	I=0	I=1
1	1,3	1,2	4	2	2	1	0
2	1,2,4	1,3	1,2,4	1	2	1	1

最小化後の状態遷移図



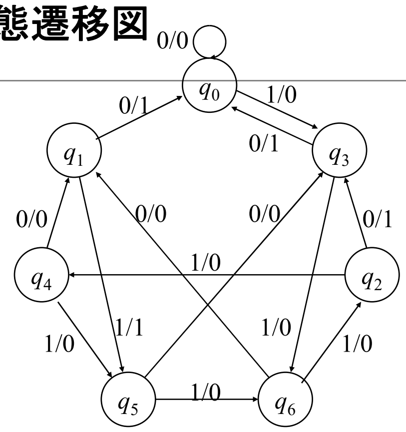
最小化前　　最小化後

演習問題：状態数の最小化

- 2種類の方法で状態の最小化を求めよ

Q	Q^+		O	
	I=0	I=1	I=0	I=1
0	0	3	0	0
1	0	5	1	1
2	3	4	0	0
3	0	6	1	0
4	1	5	0	0
5	3	6	0	0
6	1	2	0	0

状態遷移図



1.異なる出力を生成する状態対を分割

グループ R(1)	Q	Q^+		O	
		I=0	I=1	I=0	I=1
0	0	0	3	0	0
1	1	0	5	1	1
0	2	3	4	0	0
2	3	0	6	1	0
0	4	1	5	0	0
0	5	3	6	0	0
0	6	1	2	0	0

出力のパターンは
(0,0)(1,0)(1,1)

グループ r_0
出力(0,0)

グループ r_1
出力(1,1)

グループ r_2
出力(1,0)

2.遷移先グループが異なる状態対を分割(1)

グループ R(1)	Q	Q^+		R^+	
		I=0	I=1	I=0	I=1
0	0	0	3	0	2
	2	3	4	2	0
	4	1	5	1	0
	5	3	6	2	0
	6	1	2	1	0
1	1	0	5	0	0
2	3	0	6	0	0

r_0の遷移のパターンは
(0,2)(2,0)
(1,0)

グループ r_0'
遷移(0,2)

グループ r_1'
遷移(2,0)

グループ r_2'
遷移(1,0)

2.遷移先グループが異なる状態対を分割(2)

グループ $R^{(2)}$	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$
0	0	0	3	0	4
1	2	3	4	4	2
	5	3	6	4	2
2	4	1	5	3	1
	6	1	2	3	1
3	1	0	5	0	1
4	3	0	6	0	2

$\}$同一 (2, 5)
$\}$同一 (4, 6)

これ以上
分割不能
なので終了

3.グループごとに1つの状態に併合

R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
0	0	0	3	0	4	0	0
1	2,5	3	4,6	4	2	0	0
2	4,6	1	2,5	3	1	0	0
3	1	0	2,5	0	1	1	1
4	3	0	4,6	0	2	1	0

1.異なる出力を生成する状態対をチェック

出力のパターンは
(0,0)と(0,1)と(1,1)

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$						
0	0	3	0	0	0					
1	0	5	1	1	×	1				
2	3	4	0	0		×	2			
3	0	6	1	0	×	×	×	3		
4	1	5	0	0		×		×	4	
5	3	6	0	0		×		×		5
6	1	2	0	0		×		×		

異なる出力を
持つ状態対に
×を付ける

2.遷移先の状態を記入

$q_0,I=0$ $q_2,I=0$
$q_0,I=1$ $q_2,I=1$
の遷移先

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$						
0	0	3	0	0	0					
1	0	5	1	1	×	1				
2	3	4	0	0	0 3 3 4	×	2			
3	0	6	1	0	×	×	×	3		
4	1	5	0	0	0 1 3 5	×	3 1 4 5	×	4	
5	3	6	0	0	0 3 3 6	×	3 3 4 6	×	1 3 5 6	5
6	1	2	0	0	0 1 3 2	×	3 1 4 2	×	1 1 5 2	3 1 6 2

2'.不要な状態対を消去

3 3 は同じなので等価

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$						
0	0	3	0	0	0					
1	0	5	1	1	×	1				
2	3	4	0	0	0 3 3 4	×	2			
3	0	6	1	0	×	×	×	3		
4	1	5	0	0	0 1 3 5	×	3 1 4 5	×	4	
5	3	6	0	0	0 3 3 6	×	~~3 3~~ 4 6	×	1 3 5 6	5
6	1	2	0	0	0 1 3 2	×	3 1 4 2	×	~~1 1~~ 5 2	3 1 6 2

3.遷移先の状態をチェック

q_0q_3は×なので
0 3に×を付ける

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$						
0	0	3	0	0	0					
1	0	5	1	1	×	1				
2	3	4	0	0	× 0 3 3 4	×	2			
3	0	6	1	0	×	×	×	3		
4	1	5	0	0	× 0 1 3 5	×	× 3 1 4 5	×	4	
5	3	6	0	0	× 0 3 3 6	×	4 6	×	× 1 3 5 6	5
6	1	2	0	0	× 0 1 3 2	×	× 3 1 4 2	×	5 2	× 3 1 6 2

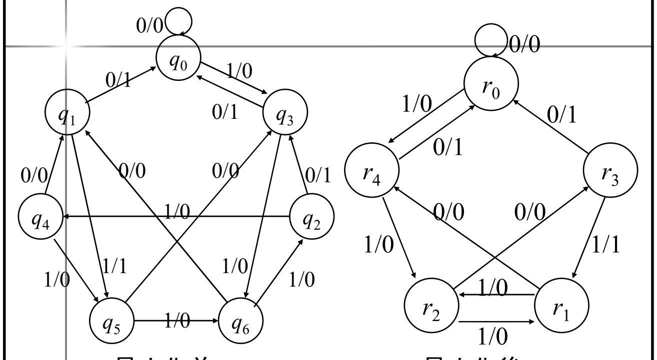
4.等価な状態の決定

Q	Q^+		O							
	I=0	I=1	I=0	I=1						
0	0	3	0	0	0					
1	0	5	1	1	×	1				
2	3	4	0	0	×	×	2			
3	0	6	1	0	×	×	×	3		
4	1	5	0	0	×	×	×	×	4	
5	3	6	0	0	×	×	4 6	×	×	5
6	1	2	0	0	×	×	×	×	5 2	×

最後まで×が
付かなかった
(2,5)(4,6) が等価

73

最小化後の状態遷移図



最小化前　　最小化後

74

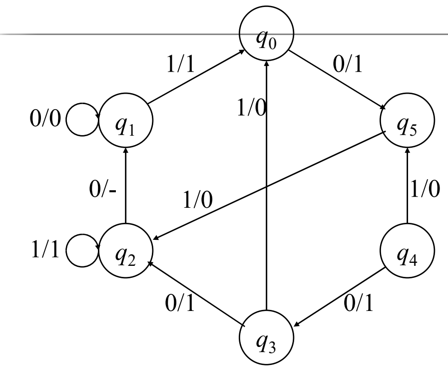
演習問題：状態数の最小化

- 不完全指定状態遷移表を最小化せよ

Q	Q^+		O	
	I=0	I=1	I=0	I=1
0	5	-	1	-
1	1	0	0	1
2	1	2	-	1
3	2	0	1	0
4	3	5	1	0
5	-	2	-	1

75

状態遷移図



76

1.異なる出力を生成する状態対をチェック

Q	Q^+		O						
	I=0	I=1	I=0	I=1					
0	5	-	1	-	0				
1	1	0	0	1	×	1			
2	1	2	-	1			2		
3	2	0	1	0		×	×	3	
4	3	5	1	0		×	×		4
5	-	2	-	1				×	×

77

2.遷移先の状態を記入

Q	Q^+		O						
	I=0	I=1	I=0	I=1					
0	5	-	1	-	0				
1	1	0	0	1	×	1			
2	1	2	-	1	5 1	0 2	2		
3	2	0	1	0	5 2	×	×	3	
4	3	5	1	0	5 3	×	×	2 3 0 5	4
5	-	2	-	1		0 2		×	×

78

3.遷移先の状態をチェック

Q	Q^+		O						
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$					
0	5	-	1	-	0				
1	1	0	0	1	×	1			
2	1	2	-	1	5 1	0 2	2		
3	2	0	1	0	5 2	×	×	3	
4	3	5	1	0	× 5 3	×	×	2 3 × 0 5	4
5	-	2	-	1		0 2		×	×

79

4.両立する状態の決定

最後まで×が
付かなかった
(0,2)(0,3)(0,5)
(1,2)(1,5)(2,5)が両立

Q	Q^+		O						
	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$					
0	5	-	1	-	0				
1	1	0	0	1	×	1			
2	1	2	-	1	5 1	0 2	2		
3	2	0	1	0	5 2	×	×	3	
4	3	5	1	0	×	×	×	×	4
5	-	2	-	1	○	0 2	○	×	×

80

5. 両立集合を求める

{0,2} {0,3} {0,5} {1,2} {1,5} {2,5}

{0,2,5} {1,2,5}

両立集合は

{0}{1}{2}{3}{4}{5}

{0,2}{0,3}{0,5}{1,2}{1,5}{2,5}

{0,2,5}{1,2,5}

81

6-1.被覆性を満たす組み合わせを選ぶ

両立集合は

{0}{1}{2}{3}{4}{5}

{0,2}{0,3}{0,5}{1,2}{1,5}{2,5}

{0,2,5}{1,2,5}

全ての状態を含む組み合わせ

組み合わせ1 : {1}{3}{4}{0,2,5}

組み合わせ2 : {4}{0,3}{1,2,5}

組み合わせ3 : {1}{4}{0,3}{2,5}

それぞれ閉包性を満たすかチェックする

82

6-2 閉包性を満たすかチェック(1)

{1}{3}{4}{0,2,5}を選んだ場合

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
0	1	1	0	0	3	0	1
1	3	2	0	3	3	1	0
2	4	3	5	1	3	1	0
3	0	5	-	3	-	1	-
	2	1	2	0	3	-	1
	5	-	2	-	3	-	1

r_3のR^+が閉包性を満たさない

83

6-2 閉包性を満たすかチェック(2)

{4}{0,3}{1,2,5}を選んだ場合

R	Q	Q^+		R^+		O	
		$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$	$I=0$	$I=1$
0	4	3	5	1	2	1	0
1	0	5	-	2	-	1	-
	3	2	0	2	1	1	0
2	1	1	0	2	1	0	1
	2	1	2	2	2	-	1
	5	-	2	-	2	-	1

r_2のR^+が閉包性を満たさない

84

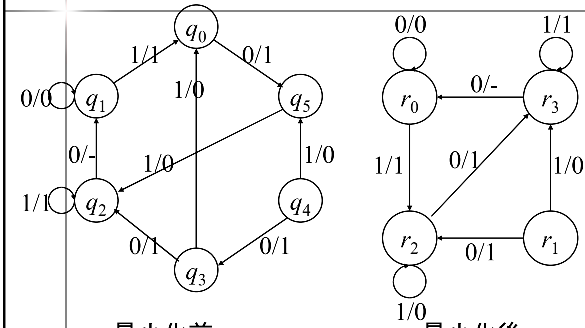
6-2 閉包性を満たすかチェック(3)

{1} {4} {0,3} {2,5}を選んだ場合

R	Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	R^+ $I=0$	R^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
0	1	1	0	0	2	0	1
1	4	3	5	2	3	1	0
2	0	5	-	3	-	1	-
	3	2	0	3	2	1	0
3	2	1	2	0	3	-	1
	5	-	2	-	3	-	1

85

最小化後の状態遷移図



最小化前　　最小化後

86

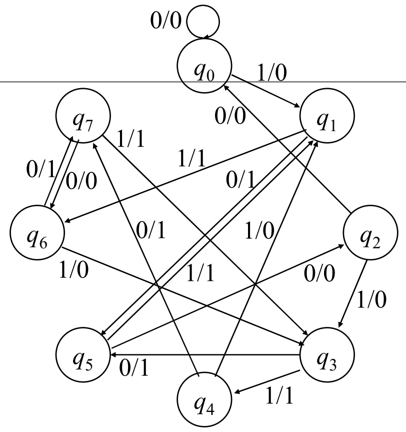
問題：状態数の最小化

- 2種類の方法で状態の最小化を求めよ

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
0	0	1	0	0
1	5	6	1	1
2	0	3	0	0
3	7	4	1	1
4	7	1	1	0
5	2	1	0	1
6	5	3	1	0
7	2	3	0	1

87

状態遷移図



88

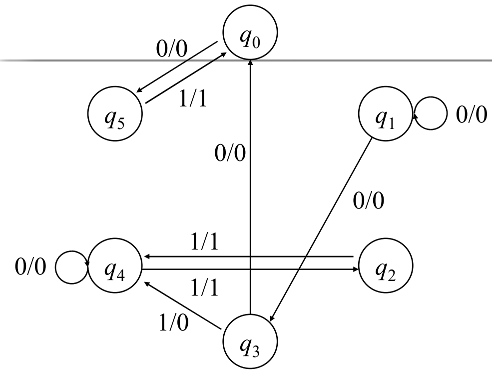
問題：状態数の最小化

- 不完全指定状態遷移表を最小化せよ

Q	Q^+ $I=0$	Q^+ $I=1$	O $I=0$	O $I=1$
0	5	-	0	-
1	3	1	0	0
2	-	4	-	1
3	0	4	0	0
4	4	2	0	1
5	-	0	-	1

89

状態遷移図



90

オンライン試験

- 試験日 : 7月21日(木)
- 試験時間 : 60分
- 試験範囲 : 第1～14回
- 配点 : 70点満点

91