

論理回路

第7回 論理回路の簡略化

— クワイン・マクラスキ法(2)

<http://www.info.kindai.ac.jp/LC>

E館3階E-331 内線5459

takasi-i@info.kindai.ac.jp

1

QM法による2段論理最小化

1. 最小項を併合して主項を決定する

- 最小項をグループ分けする
- 隣接グループの項を併合する
- 主項を決定する

ここまでは
自動的に
進行可能

2. 必要な主項を選択する

- 主項と最小項の対応表を作る
- 特異最小項を決定する
- 必須主項を決定する
- 必須主項が包含する最小項を決定する
- 残る最小項を包含する主項を選択する

この部分は
どの主項か
選択が必要

2

2段最小化のネック

- 主項の選択 主項の組み合わせは
変数が増えると膨大な数に

例 5変数関数の主項の選択

どの主項が
必要?

E	0					1					必要?
	$\begin{matrix} AB \\ CD \end{matrix}$	00	01	11	10	$\begin{matrix} AB \\ CD \end{matrix}$	00	01	11	10	
	00	1	1		1	00		1		1	
	01	1	1	1	1	01		1			
	11			1		11					
	10	1			1	10	1			1	

3

E		0				1			
AB CD	00	01	11	10	AB CD	00	01	11	10
00	0	8		16	00		9		17
01	2	10	26	18	01		11		
11			30		11				
10	4			20	10	5			21

ラベル		ABCDE	2個	10	01010
0個	0	00000		17	10001
1個	2	00010	18	10010	
	4	00100	20	10100	
	8	01000	11	01011	
	16	10000	3個	21	10101
2個	5	00101		26	11010
	9	01001	4個	30	11110

4

E	0	1																																																		
	<table><tr><td>$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$</td><td>00</td><td>01</td><td>11</td><td>10</td></tr><tr><td>00</td><td>0</td><td>8</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>01</td><td>2</td><td>10</td><td>26</td><td>18</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td>30</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td>4</td><td></td><td></td><td>20</td></tr></table>	$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10	00	0	8		6	01	2	10	26	18	11			30		10	4			20	<table><tr><td>$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$</td><td>00</td><td>01</td><td>11</td><td>10</td></tr><tr><td>00</td><td></td><td>9</td><td></td><td>17</td></tr><tr><td>01</td><td></td><td>11</td><td></td><td></td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>10</td><td>5</td><td></td><td></td><td>21</td></tr></table>	$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10	00		9		17	01		11			11					10	5			21
$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10																																																
00	0	8		6																																																
01	2	10	26	18																																																
11			30																																																	
10	4			20																																																
$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10																																																
00		9		17																																																
01		11																																																		
11																																																				
10	5			21																																																
	<table><tr><th>ラベル</th><th>ABCDE</th></tr><tr><td>26,30:p</td><td>1 1 - 1 0</td></tr><tr><td>0,2,8,10:q</td><td>0 - 0 - 0</td></tr><tr><td>0,2,16,18:r</td><td>- 0 0 - 0</td></tr><tr><td>0,4,16,20:s</td><td>- 0 - 0 0</td></tr></table>	ラベル	ABCDE	26,30:p	1 1 - 1 0	0,2,8,10:q	0 - 0 - 0	0,2,16,18:r	- 0 0 - 0	0,4,16,20:s	- 0 - 0 0	<table><tr><th>ラベル</th><th>ABCDE</th></tr><tr><td>2,10,18,26:t</td><td>- - 0 1 0</td></tr><tr><td>4,5,20,21:u</td><td>- 0 1 0 -</td></tr><tr><td>8,9,10,11:v</td><td>0 1 0 - -</td></tr><tr><td>16,17,20,21:w</td><td>1 0 - 0 -</td></tr></table>	ラベル	ABCDE	2,10,18,26:t	- - 0 1 0	4,5,20,21:u	- 0 1 0 -	8,9,10,11:v	0 1 0 - -	16,17,20,21:w	1 0 - 0 -																														
ラベル	ABCDE																																																			
26,30:p	1 1 - 1 0																																																			
0,2,8,10:q	0 - 0 - 0																																																			
0,2,16,18:r	- 0 0 - 0																																																			
0,4,16,20:s	- 0 - 0 0																																																			
ラベル	ABCDE																																																			
2,10,18,26:t	- - 0 1 0																																																			
4,5,20,21:u	- 0 1 0 -																																																			
8,9,10,11:v	0 1 0 - -																																																			
16,17,20,21:w	1 0 - 0 -																																																			

5

主項	最小項														必須
	0	2	4	5	8	9	10	11	16	17	18	20	21	26	
26,30: <i>p</i>														○	○
0,2,8,10: <i>q</i>	○	○				○		○							
0,2,16,18: <i>r</i>	○	○								○		○			
0,4,16,20: <i>s</i>	○			○						○			○		
2,10,18,26: <i>t</i>		○						○				○		○	
4,5,20,21: <i>u</i>				○	○								○	○	
8,9,10,11: <i>v</i>						○	○	○	○						
16,17,20,21: <i>w</i>										○	○		○	○	
選択															

主項最小項対応表作成

6

主項 \ 最小項	最小項																	必須
	0	2	4	5	8	9	10	11	16	17	18	20	21	22	23	26	30	
	26,30: <i>p</i>															○	◎	✓
	0,2,8,10: <i>q</i>	○	○				○		○									
	0,2,16,18: <i>r</i>	○	○								○		○					
	0,4,16,20: <i>s</i>	○		○							○			○				
	2,10,18,26: <i>t</i>		○						○				○				○	
	4,5,20,21: <i>u</i>			○	◎									○	○			✓
	8,9,10,11: <i>v</i>					○	◎	○	◎									✓
	16,17,20,21: <i>w</i>										○	◎		○	○			✓
	選択																	

特異最小項・必須主項決定

7

主項 \ 最小項	最小項																	必須
	0	2	4	5	8	9	0	1	1	6	7	8	0	1	2	6	0	
	26,30:p															○	◎	✓
	0,2,8,10:q	○	○			○		○										
	0,2,16,18:r	○	○							○		○						
	0,4,16,20:s	○		○						○				○				
	2,10,18,26:t		○					○				○				○		
	4,5,20,21:u			○	◎									○	○			✓
	8,9,10,11:v					○	◎	○	◎									✓
	16,17,20,21:w									○	◎		○	○				✓
	選択			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	

残りの最小項はどの主項を選ぶ？

8

主項 \ 最小項	0	2	4	5	8	9	0	1	1	1	1	1	2	2	2	3	必須	
	26,30:p															○	◎	✓
	0,2,8,10:q	○	○			○		○										
	0,2,16,18:r	○	○						○		○							
	0,4,16,20:s	○		○					○				○					
	2,10,18,26:t		○				○				○				○			
	4,5,20,21:u			○	◎								○	○				✓
	8,9,10,11:v					○	◎	○	◎									✓
	16,17,20,21:w								○	◎			○	○				✓
	選択			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

チェックの付いた項はもう気にしなくて良い
⇒チェックの付いた項を消す

9

主項 \ 最小項	0	2	8	必須
26,30:p				✓
0,2,8,10:q	○	○		
0,2,16,18:r	○	○	○	
0,4,16,20:s	○			
2,10,18,26:t	○	○		
4,5,20,21:u				✓
8,9,10,11:v				✓
16,17,20,21:w				✓
選択				

必須にチェックが付いていない
他の項に包含される主項を消す

q は r に包含される
⇒ q は不要
 s, t も r に包含される
⇒ s, t も不要

10

主項 \ 最小項	0	2	1	必須
26,30:p				✓
0,2,16,18:r	◎	◎	◎	✓
4,5,20,21:u				✓
8,9,10,11:v				✓
16,17,20,21:w				✓
選択	✓	✓	✓	

縮小された表では
0,2,18も特異最小項
⇒ 縮小された表では
 r も必須主項

まだ選択されない項が残っていれば縮小を繰り返す
全ての項が選択されたのでこれで終了
 $f = p + r + u + v + w$

$ABCD + BCD + BCD + ABC + ABD$

11

対応表の縮小 - 主項最小項対応表を縮小する - 特異最小項の選択 - 必須主項の選択 - 必須主項がカバーした最小項を消す (横方向の縮小) - 他の主項に包含される主項を消す (縦方向の縮小) 1.~4.の繰り返しで表を縮小していく (注意) ただし、この方法は途中でそれ以上縮小できなくなる場合もある

12

表を縮小できないケース

$c \backslash AB$	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

必須主項が無いので縮小不可能

13

2段論理最小化の理論

- 理論的に最小積和形を得る方法は？
 - f : n 個の値1の最小項を持つ論理関数
 - f_m : f の最小積和形
 - m_i : f の最小項 ($1 \leq i \leq n$)
 - S_i : m_i を包含する f の主項の論理和

14

2段最小論理化の理論

4個の値1の最小項を持つ論理関数

$z \backslash xy$	00	01	11	10
0		m_1	m_2	m_3
1				m_4

最小項 主項	m_1	m_2	m_3	m_4
p	○	○		
q		○	○	
r			○	○

15

ある最小項の包含条件

- 定理 : ある最小項の包含条件
 - U_i : 最小積和形 f_m の論理積項が
ある最小項 m_i を包含する条件

$$S_i = 1$$

(証明) S_i は m_i を包含する全ての主項の論理和
 $S_i = 1$ ならば主項のいずれかが m_i を包含する

$$\text{例} : S_i = p + q + r$$

$$S_i = 1 \Rightarrow p = 1 \text{ または } q = 1 \text{ または } r = 1$$

16

全ての最小項の包含条件

- 定理 : 全ての最小項の包含条件
 - U : 最小積和形 f_m の論理積項が
全ての最小項 m_i を包含する条件

$$S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n = 1$$

(証明) $S_i = 1 \Rightarrow$ 最小項 m_i を包含 (定理2.6)

よって全ての主項を包含する条件は

$$S_1 = 1 \text{ かつ } S_2 = 1 \text{ かつ } \dots \text{ かつ } S_n = 1$$

$$\text{すなわち } S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n = 1$$

17

論理数学による主項の求め方

1. 条件 $U = S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n$ を展開して積和形にする
2. 1.から主項数が最小の論理積項を選ぶ
3. 2.を構成する主項をORで結ぶ

条件 U を求めるには、QM法で用いた
主項-最小項対応表を用いるとよい

最小項 主項	m_1	m_2	m_3	m_4
p	○	○	○	
q		○		○
r	○			○

$$S_1 = p + r, S_2 = p + q,$$

$$S_3 = p, S_4 = q + r,$$

$$U = (p + r)(p + q)$$

$$p(q + r)$$

18

論理数学による主項選択の例

例: 4つの最小項から成る論理関数 f

最小項 主項	m_1	m_2	m_3	m_4
p	○	○	○	
q		○		○
r	○			○

$$U = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4$$

$$= (p+r)(p+q)p(q+r)$$

$$= pq + pr$$

よって $pq=1$ または $pr=1$ のとき
全ての最小項が選択される

$$f_m = pq + pr$$

19

論理数学による主項選択の例

XY	00	01	11	10
Z				
0		1	1	1
1				1

20

論理数学による主項選択の例

最小項 主項	m_1	m_2	m_3	m_4
p	○	○		
q		○	○	
r			○	○

21

論理数学による主項選択の例

$$U = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 = p(p+q)(q+r)r$$

$$= pr$$

論理積項(の1つ)を
論理和に変換

22

例題

E	0	1
AB		
CD		
00	0 8	9 17
01	2 10 26 18	11
11		30
10	4 20	5 21

これを論理数学で解くと?

23

主項	最小項	0	2	4	5	8	9	10	11	16	17	18	20	21	26	30	必須
26,30: p																○	○
0,2,8,10: q	○	○				○		○									
0,2,16,18: r	○	○							○		○						
0,4,16,20: s	○		○							○			○				
2,10,18,26: t		○						○				○			○		
4,5,20,21: u			○	○									○	○			
8,9,10,11: v						○	○	○	○								
16,17,20,21: w										○	○		○	○			
選択																	

主項最小項対応表作成

最小項15個
主項8個

24

S_1	$q+r+s$	S_2	$q+r+t$	S_3	$s+u$
S_4	u	S_5	$q+v$	S_6	v
S_7	$p+t+v$	S_8	v	S_9	$r+s+w$
S_{10}	w	S_{11}	$r+t$	S_{12}	$s+u+w$
S_{13}	$u+w$	S_{14}	$p+t$	S_{15}	p

$U=(q+r+s)(q+r+t)(s+u)u(q+v)$
 $v(p+t+v)v(r+s+w)w(r+t)$
 $(s+u+w)(u+w)(p+t)p$
 $=pruvw + pstuvw + pqruvw$

積項の中で一番大きな項を選択

$f_m = p+r+u+v+w$

だがこれは計算がややこしい...

25

論理数学による手順

- 最小項を併合して主項を決定する
- 主項-最小項対応表を作成する
- 必須主項の選択・表の縮小をする
- 論理数学を用いて主項を選択する

26

主項 \ 最小項	0	2	4	5	8	9	0	1	1	6	7	8	0	1	6	0	必須	
26,30:p																○	◎	✓
0,2,8,10:q	○	○				○		○										
0,2,16,18:r	○	○								○		○						
0,4,16,20:s	○		○							○			○					
2,10,18,26:t	○						○					○			○			
4,5,20,21:u		○	◎										○	○				✓
8,9,10,11:v					○	◎	○	○										✓
16,17,20,21:w									○	◎			○	○				✓
選択																		

特異最小項・必須主項決定

27

主項 \ 最小項	0	2	4	5	8	9	0	1	1	6	7	8	0	1	6	0	必須	
26,30:p																○	◎	✓
0,2,8,10:q	○	○				○		○										
0,2,16,18:r	○	○								○		○						
0,4,16,20:s	○		○							○			○					
2,10,18,26:t	○						○					○			○			
4,5,20,21:u		○	◎										○	○				✓
8,9,10,11:v					○	◎	○	◎										✓
16,17,20,21:w										○	○		○	○				✓
選択		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

必須主項がカバーする最小項決定

28

主項 \ 最小項	0	2	8	必須
26,30:p				✓
0,2,8,10:q	○	○		
0,2,16,18:r	○	○	○	
0,4,16,20:s	○			
2,10,18,26:t	○	○		
4,5,20,21:u				✓
8,9,10,11:v				✓
16,17,20,21:w				✓
選択				

横方向の縮小

$S_1 = q+r+s$
 $S_2 = q+r+t$
 $S_3 = r+t$
 $U = (q+r+s)(q+r+t)(r+t)$
 $= r+q+t+s$
 r または q と t または s と t
 $f_m = p+r+u+v+w$

29

ドントケアを含む最小化

- ドントケアは1でも0でもいい

⇒必要に応じて0,1の都合のいい方と看做す

W	X	Y	Z	f	W	X	Y	Z	f
0	0	0	0		1	0	0	0	
0	0	0	1	-	1	0	0	1	-
0	0	1	0		1	0	1	0	
0	0	1	1		1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	-	1	1	0	1	-
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1		1	1	1	1	-

30

カルノー図による最小化

WXYZ	f	WXYZ	f
0000		1000	
0001	-	1001	-
0010		1010	
0011		1011	1
0100	1	1100	1
0101	-	1101	-
0110	1	1110	1
0111		1111	-

$f = X\bar{X} + X\bar{Y} + X\bar{Z}$

31

QM法による最小化

ドントケアには△を付ける

WXYZ	f	WXYZ	f
0000		1000	
0001	-	1001	-
0010		1010	
0011		1011	1
0100	1	1100	1
0101	-	1101	-
0110	1	1110	1
0111		1111	-

ラベル	WXYZ	主項
1個	△1 0001	
	4 0100	
2個	△5 0101	
	6 0110	
	△9 1001	
	12 1100	
3個	△13 1101	
	14 1110	
4個	△15 1111	

32

ドントケアのある項の併合

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1	0001	✓
	4	0100	✓
2個	△5	0101	✓
	6	0110	
	△9	1001	✓
	12	1100	
3個	11	1011	
	△13	1101	
	14	1110	
4個	△15	1111	

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1,5	0-01	
	△1,9	-001	
	4,5	010-	
2個			
2個			

ドントケア同士の併合は△有り
1とドントケアの併合は△無し

33

ドントケアのある項の併合

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1	0001	✓
	4	0100	✓
2個	△5	0101	✓
	6	0110	✓
	△9	1001	✓
	12	1100	✓
3個	11	1011	✓
	△13	1101	✓
	14	1110	✓
4個	△15	1111	

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1,5	0-01	
	△1,9	-001	
	4,5	010-	
	4,6	01-0	
	4,12	-100	
2個	△5,13	-101	
	6,14	-110	
	9,11	10-1	
	△9,13	1-01	

34

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1,5	0-01	✓
	△1,9	-001	✓
	4,5	010-	✓
2個	4,6	01-0	✓
	4,12	-100	✓
	△5,13	-101	✓
	6,14	-11-	✓
	9,11	10-1	✓
	△9,13	1-01	✓
	12,13	110-	✓
	12,14	11-0	✓
3個	11,15	1-11	✓
	△13,15	11-1	✓
	14,15	111-	✓

	ラベル	WXYZ	主項
1個	△1,5,9,13	--01	
	4,5,12,13	-10-	p
	4,6,12,14	-1-0	q
2個	9,11,13,15	1--1	r
	12,13,14,15	11--	s

最後まで△の付いている項
= ドントケアのみの項
△の付いた項は不要
主項は p,q,r,s の4つ

35

主項最小項対応表

主項	最小項	4	5	6	9	11	12	13	14	15	必須
4,5,12,13:p		○	○				○	○			
4,6,12,14:q		○		○			○		○		
9,11,13,15:r					○	○		○		○	
12,13,14,15:s							○	○	○	○	
選択											

ドントケアの最小項は選択する必要無し
ドントケアの最小項は対応表に不要

36

主項の選択

主項	最小項	4	6	11	12	14	必須
4,5,12,13:p		○			○		
4,6,12,14:q		○	◎		○	○	✓
9,11,13,15:r				◎			✓
12,13,14,15:s					○	○	
選択							

特異最小項・必須主項決定

37

主項の選択

主項	最小項	4	6	11	12	14	必須
4,5,12,13:p		○			○		
4,6,12,14:q		○	◎		○	○	✓
9,11,13,15:r				◎			✓
12,13,14,15:s					○	○	
選択		✓	✓	✓	✓	✓	

必須主項がカバーする最小項決定

最小積和形は $q + r$

38

演習問題: 表の縮小による最小化

■ 次の真理値表の最小積和形を求めよ

A	B	C	D	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	
0	1	1	1	

A	B	C	D	f
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	
1	1	0	1	1
1	1	1	0	
1	1	1	1	1

39

	ラベル	$A_{(8)}$	$B_{(4)}$	$C_{(2)}$	$D_{(1)}$	主項
1が0個	0	0	0	0	0	
1が1個	$4 = 2^2$	0	1	0	0	
	$5 = 2^2 + 2^0$	0	1	0	1	
1が2個	$10 = 2^3 + 2^1$	1	0	1	0	
1が3個	$11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$	1	0	1	1	
	$13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$	1	1	0	1	
1が4個	$15 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$	1	1	1	1	

$\begin{matrix} AB \\ CD \end{matrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

最小項を
1の少ない順に並べ
グループ分けする

40

	ラベル	A B C D	主項
0個	0	0000	✓
1個	4	0100	✓
	5	0101	✓
2個	10	1010	✓
	11	1011	✓
3個	13	1101	✓
4個	15	1111	✓

$\begin{matrix} AB \\ CD \end{matrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

	ラベル	A B C D	主項
0個	0,4	0-00	p
1個	4,5	010-	q
	5,13	-101	r
2個	10,11	101-	s
	11,15	1-11	t
3個	13,15	11-1	u

各行それぞれが
隣接グループの行と
併合可能かチェック

チェックが付かなかった
項が主項

41

主項	最小項	0	4	5	10	11	13	15	必須
0,4:p		○	○						
4,5:q			○	○					
5,13:r				○			○		
10,11:s					○	○			
11,15:t						○		○	
13,15:u							○	○	
選択									

$\begin{matrix} AB \\ CD \end{matrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

主項と最小項の
対応表を作る

42

主項 \ 最小項	0	4	5	10	11	13	15	必須
0,4:p	⊙	○						✓
4,5:q		○	○					
5,13:r			○			○		
10,11:s				⊙	○			✓
11,15:t					○		○	
13,15:u						○	○	
選択								

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

特異最小項・必須主項を決定

43

主項 \ 最小項	0	4	5	10	11	13	15	必須
0,4:p	⊙	○						✓
4,5:q		○	○					
5,13:r			○			○		
10,11:s				⊙	○			✓
11,15:t					○		○	
13,15:u						○	○	
選択	✓	✓		✓	✓			

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

必須主項が包含する最小項を決定

44

主項 \ 最小項	0	4	5	10	11	13	15	必須
0,4:p	⊙	○						✓
4,5:q		○	○					
5,13:r			○			○		
10,11:s				⊙	○			✓
11,15:t					○		○	
13,15:u						○	○	
選択	✓	✓		✓	✓			

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10
00	0	4		
01		5	13	
11			15	11
10				10

チェックの付いた最小項を削除

45

主項 \ 最小項	5	13	15	必須
0,4:p				✓
4,5:q	○			
5,13:r	○	○		
10,11:s				✓
11,15:t			○	
13,15:u	○	○		
選択				

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10
00	-	-		
01		5	13	
11			15	-
10				-

他の主項に包含されるチェックの無い主項を削除

46

主項 \ 最小項	5	13	15	必須
0,4:p				✓
5,13:r	⊙	○		✓
10,11:s				✓
13,15:u	○	⊙		✓
選択	✓	✓	✓	

縮小した表で
特異最小項・必須主項の決定

必須主項が包含する最小項決定

$f_m = p + r + s + u$

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$	00	01	11	10
00	-	-		
01		5	13	
11			15	-
10				-

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$

$\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$

47

演習問題: 論理数学による主項選択

■ 最適な主項の組み合わせは?

最小項 主項	m_1	m_2	m_3	m_4
p	○			
q	○	○		
r			○	
s			○	○

$S_1 = p + q$
 $S_2 = q$
 $S_3 = r + s$
 $S_4 = s$

$U = (p + q) q (r + s) s = q s$
 q と s

48

演習問題: ドントケアを含む最小化

■ 次の真理値表の最小積和形を求めよ

A	B	C	D	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	
0	1	1	1	

49

	ラベル	$A_{(8)}$	$B_{(4)}$	$C_{(2)}$	$D_{(1)}$	主項
1が0個	0	0	0	0	0	
1が1個	$1 = 2^0$	0	0	0	1	
	$4 = 2^2$	0	1	0	0	
	$5 = 2^2 + 2^0$	0	1	0	1	
1が2個	$\Delta 9 = 2^3 + 2^0$	1	0	0	1	
	$10 = 2^3 + 2^1$	1	0	1	0	
	$\Delta 11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$	1	0	1	1	
1が3個	$\Delta 13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$	1	1	0	1	
	$14 = 2^3 + 2^2 + 2^1$	1	1	1	0	
1が4個	$\Delta 15 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$	1	1	1	1	

AB	00	01	11	10
00	0 1	4 1		
01	1 1	5 1	13 -	9 -
11			15 -	11 -
10			14 1	10 1

最小項を
1の少ない順に並べ
グループ分けする

50

	ラベル	$ABCD$	主項
0個	0	0000	✓
1個	1	0001	✓
	4	0100	✓
2個	5	0101	✓
	$\Delta 9$	1001	✓
	10	1010	✓
	$\Delta 11$	1011	✓
3個	$\Delta 13$	1101	✓
	14	1110	✓
4個	$\Delta 15$	1111	✓

	ラベル	$ABCD$	主項
0個	0,1	000-	
	0,4	0-00	
	1,5	0-01	
1個	1,9	-001	
	4,5	010-	
	5,13	-101	
2個	$\Delta 9,11$	10-1	
	$\Delta 9,13$	1-01	
	10,11	101-	
	10,14	1-10	
3個	$\Delta 11,15$	1-11	
	$\Delta 13,15$	11-1	
	14,15	111-	

51

	ラベル	$ABCD$	主項
0個	0,1	000-	✓
	0,4	0-00	✓
	1,5	0-01	✓
1個	1,9	-001	✓
	4,5	010-	✓
	5,13	-101	✓
2個	$\Delta 9,11$	10-1	✓
	$\Delta 9,13$	1-01	✓
	10,11	101-	✓
	10,14	1-10	✓
3個	$\Delta 11,15$	1-11	✓
	$\Delta 13,15$	11-1	✓
	14,15	111-	✓

チェックが付かなかった
 Δ の無い項が主項

AB	00	01	11	10
00	0 1	4 1		
01	1 1	5 1	13 -	9 -
11			15 -	11 -
10			14 1	10 1

52

主項 \ 最小項	0	1	4	5	10	14	必須
0,1,4,5: p	○	○	○	○			
1,5,9,13: q		○		○			
10,11,14,15: r					○	○	
選択							

AB	00	01	11	10
00	0 1	4 1		
01	1 1	5 1	13 -	9 -
11			15 -	11 -
10			14 1	10 1

主項と最小項の
対応表を作る
ドントケアの
最小項は不要

53

主項 \ 最小項	0	1	4	5	10	14	必須
0,1,4,5: p	◎	○	◎	○			✓
1,5,9,13: q		○		○			
10,11,14,15: r					◎	◎	✓
選択							

AB	00	01	11	10
00	0 1	4 1		
01	1 1	5 1	13 -	9 -
11			15 -	11 -
10			14 1	10 1

特異最小項・
必須主項の決定

54

主項 \ 最小項	0	1	4	5	10	14	必須
0,1,4,5: p	⊙	○	⊙	○			✓
1,5,9,13: q		○		○			
10,11,14,15: r					⊙	⊙	✓
選択	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	0 1	4 1		
01	1 1	5 1	13 -	9 -
11			15 -	11 -
10			14 1	10 1

必須主項が包含する
最小項の決定

$f_m = p + r$

$\Rightarrow AC + AC$

55

問題: ドントケアを含む最小化

■ 次の真理値表の最小積和形を求めよ

$WXYZ$	F	$WXYZ$	f
0 0 0 0	1	1 0 0 0	
0 0 0 1	1	1 0 0 1	-
0 0 1 0	1	1 0 1 0	
0 0 1 1	1	1 0 1 1	1
0 1 0 0	-	1 1 0 0	-
0 1 0 1	-	1 1 0 1	-
0 1 1 0		1 1 1 0	
0 1 1 1		1 1 1 1	

56