

論理回路

第7回 論理回路の簡略化

— クワイン・マクラスキ法(2)

<http://www.info.kindai.ac.jp/LC>

E館3階E-331 内線5459

takasi-i@info.kindai.ac.jp

QM法による2段論理最小化

1. 最小項を併合して主項を決定する

- i. 最小項をグループ分けする
- ii. 隣接グループの項を併合する
- iii. 主項を決定する

ここまでは
自動的に
進行可能

2. 必要な主項を選択する

- i. 主項と最小項の対応表を作る
- ii. 特異最小項を決定する
- iii. 必須主項を決定する
- iv. 必須主項が包含する最小項を決定する
- v. 残る最小項を包含する主項を選択する

この部分は
どの主項か
選択が必要

2段最小化のネック

- 主項の選択 主項の組み合わせは
変数が増えると膨大な数に

✓ 例 5変数関数の主項の選択

どの主項が
必要？

E 0

1

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | 1 | 1 | | 1 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | | | 1 | |
| 10 | 1 | | | 1 |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | | 1 | | 1 |
| 01 | | 1 | | |
| 11 | | | | |
| 10 | 1 | | | 1 |

E

0

1

| $\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 8 | | 16 |
| 01 | 2 | 10 | 26 | 18 |
| 11 | | | 30 | |
| 10 | 4 | | | 20 |

| $\begin{smallmatrix} AB \\ CD \end{smallmatrix}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|----|----|----|
| 00 | | 9 | | 17 |
| 01 | | 11 | | |
| 11 | | | | |
| 10 | 5 | | | 21 |

| | ラベル | $A B C D E$ |
|----|-----|-------------|
| 0個 | 0 | 0 0 0 0 0 |
| 1個 | 2 | 0 0 0 1 0 |
| | 4 | 0 0 1 0 0 |
| | 8 | 0 1 0 0 0 |
| | 16 | 1 0 0 0 0 |
| 2個 | 5 | 0 0 1 0 1 |
| | 9 | 0 1 0 0 1 |

| | | |
|----|----|-----------|
| 2個 | 10 | 0 1 0 1 0 |
| | 17 | 1 0 0 0 1 |
| | 18 | 1 0 0 1 0 |
| | 20 | 1 0 1 0 0 |
| 3個 | 11 | 0 1 0 1 1 |
| | 21 | 1 0 1 0 1 |
| | 26 | 1 1 0 1 0 |
| 4個 | 30 | 1 1 1 1 0 |

| E | 0 | | | | 1 | | | | |
|--------------|----|----|----|----|--------------|----|----|----|----|
| AB CD | 00 | 01 | 11 | 10 | AB CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 8 | | 16 | 00 | | 9 | | 17 |
| 01 | 2 | 10 | 26 | 18 | 01 | | 11 | | |
| 11 | | | 30 | | 11 | | | | |
| 10 | 4 | | | 20 | 10 | 5 | | | 21 |

| ラベル | $ABCDE$ | ラベル | $ABCDE$ |
|----------------|-----------|------------------|-----------|
| 26,30: p | 1 1 - 1 0 | 2,10,18,26: t | - - 0 1 0 |
| 0,2,8,10: q | 0 - 0 - 0 | 4,5,20,21: u | - 0 1 0 - |
| 0,2,16,18: r | - 0 0 - 0 | 8,9,10,11: v | 0 1 0 - - |
| 0,4,16,20: s | - 0 - 0 0 | 16,17,20,21: w | 1 0 - 0 - |

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: u | | | ○ | ○ | | | | | | | | ○ | ○ | | | |
| 8,9,10,11: v | | | | | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | | | | | |
| 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ | ○ | | ○ | ○ | | | |
| 選択 | | | | | | | | | | | | | | | | |

主項最小項対応表作成

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: u | | | ○ | ◎ | | | | | | | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 8,9,10,11: v | | | | | ○ | ◎ | ○ | ◎ | | | | | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ | ◎ | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 選 択 | | | | | | | | | | | | | | | | |

特異最小項・必須主項決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|------------------|---|---|-----|---|-----|-----|----|----|-----|----|----|----|----|----|-----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | | ○ ◎ | ✓ |
| 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: u | | | ○ ◎ | | | | | | | | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 8,9,10,11: v | | | | | ○ ◎ | ○ ◎ | | | | | | | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ ◎ | | ○ | ○ | | | | ✓ |
| 選択 | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

残りの最小項はどの主項を選ぶ？

| 主項 | 最小項 | | | | | | | | | | | | | | | | | 必須 |
|----|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| | | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 0 | 1 | 6 | 7 | 8 | 0 | 1 | 6 | 0 | | |
| | 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | | ○ | ◎ | ✓ |
| | 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | | |
| | 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | | |
| | 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | | |
| | 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | | |
| | 4,5,20,21: u | | | ○ | ◎ | | | | | | | | ○ | ○ | | | | ✓ |
| | 8,9,10,11: v | | | | | ○ | ◎ | ○ | ◎ | | | | | | | | | ✓ |
| | 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ | ◎ | | ○ | ○ | | | | ✓ |
| | 選択 | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |

チェックの付いた項はもう気にしなくて良い
⇒チェックの付いた項を消す

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 1 8 | 必須 |
|--------------------------------------|--------------|--------------|--------------|----|
| 26,30: p | | | | ✓ |
| 0,2,8,10:q | ○ | ○ | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | ○ | |
| 0,4,16,20:s | ○ | | | |
| 2,10,18,26:t | | ○ | ○ | |
| 4,5,20,21: u | | | | ✓ |
| 8,9,10,11: v | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: w | | | | ✓ |
| 選択 | | | | |

q は r に包含される
 $\Rightarrow q$ は不要

s, t も r に包含される
 $\Rightarrow s, t$ も不要

必須にチェックが付いていない
 他の項に包含される主項を消す

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 1 8 | 必須 |
|------------------|---|---|--------|----|
| 26,30: p | | | | ✓ |
| 0,2,16,18: r | ◎ | ◎ | ◎ | ✓ |
| 4,5,20,21: u | | | | ✓ |
| 8,9,10,11: v | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: w | | | | ✓ |
| 選択 | ✓ | ✓ | ✓ | |

縮小された表では

0,2,18も特異最小項

⇒ 縮小された表では
 r も必須主項

まだ選択されない項が残っていれば縮小を繰り返す

全ての項が選択されたのでこれで終了

$$f = p + r + u + v + w$$

$$= AB\overline{D}\overline{E} + \overline{B}\overline{C}\overline{E} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$$

対応表の縮小

- 主項最小項対応表を縮小する
 1. 特異最小項の選択
 2. 必須主項の選択
 3. 必須主項がカバーした最小項を消す
(横方向の縮小)
 4. 他の主項に包含される主項を消す
(縦方向の縮小)
- 1.～4.の繰り返しで表を縮小していく
(注意) ただし、この方法は途中でそれ以上縮小できなくなる場合もある

表を縮小できないケース

$f = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$
 $+ \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}C$ の最小積和形

| $\begin{array}{c} AB \\ \diagdown \\ C \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | | 1 | 1 |

必須主項が無いので縮小不可能

2段論理最小化の理論

- 理論的に最小積和形を得る方法は？
 - f : n 個の値1の最小項を持つ論理関数
 - f_m : f の最小積和形
 - m_i : f の最小項 ($1 \leq i \leq n$)
 - S_i : m_i を包含する f の主項の論理和

2段最小論理化の理論

例: $f = X\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z}$

4個の値1の最小項を持つ論理関数

$$m_1 = X\bar{Y}Z, m_2 = X\bar{Y}\bar{Z}, m_3 = XY\bar{Z}, m_4 = \bar{X}Y\bar{Z}$$

$$p = X\bar{Y} = m_1 + m_2, q = X\bar{Z} = m_2 + m_3, r = Y\bar{Z} = m_3 + m_4$$

$$S_1 = p, S_2 = p + q, S_3 = q + r, S_4 = r$$

$$f_m = p + r = X\bar{Y} + Y\bar{Z}$$

| $\begin{array}{c} XY \\ \backslash \\ Z \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|-------|-------|-------|
| 0 | | m_4 | m_3 | m_2 |
| 1 | | | | m_1 |

| 最小項 主項 | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| p | ○ | ○ | | |
| q | | ○ | ○ | |
| r | | | ○ | ○ |

ある最小項の包含条件

- 定理：ある最小項の包含条件
 - U_i : 最小積和形 f_m の論理積項が
ある最小項 m_i を包含する条件

$$S_i = 1$$

(証明) S_i は m_i を包含する全ての主項の論理和
 $S_i = 1$ ならば主項のいずれかが m_i を包含する

例 : $S_i = p + q + r$

$$S_i = 1 \Rightarrow p = 1 \text{ または } q = 1 \text{ または } r = 1$$

全ての最小項の包含条件

- 定理：全ての最小項の包含条件
 - U ：最小積和形 f_m の論理積項が
全ての最小項 m_i を包含する条件

$$S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n = 1$$

(証明) $S_i = 1 \Rightarrow$ 最小項 m_i を包含(定理2.6)

よって全ての主項を包含する条件は

$S_1=1$ かつ $S_2=1$ かつ...かつ $S_n=1$

すなわち $S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n = 1$

論理数学による主項の求め方

1. 条件 $U = S_1 \cdot S_1 \cdot \dots \cdot S_n$ を展開して積和形にする
2. 1.から主項数が最小の論理積項を選ぶ
3. 2.を構成する主項をORで結ぶ

条件 U を求めるには、QM法で用いた
主項-最小項対応表を用いるとよい

| 最小項 主項 | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| p | ○ | ○ | ○ | |
| q | | ○ | | ○ |
| r | ○ | | | ○ |

$$S_1 = p + r, S_2 = p + q,$$

$$S_3 = p, S_4 = q + r,$$

$$U = (p + r)(p + q)$$

$$p(q + r)$$

論理数学による主項選択の例

例：4つの最小項から成る論理関数 f

| 最小項 主項 | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| p | ○ | ○ | ○ | |
| q | | ○ | | ○ |
| r | ○ | | | ○ |

$$U = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4$$

$$= (p+r)(p+q)p(q+r)$$

$$= pq + pr$$

よって $pq = 1$ または $pr = 1$ のとき

全ての最小項が選択される

$$f_m = p + q \quad \text{または} \quad p + r$$

論理数学による主項選択の例

例: $f = X\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z}$

$$m_1 = X\bar{Y}Z, m_2 = X\bar{Y}\bar{Z}, m_3 = XY\bar{Z}, m_4 = \bar{X}Y\bar{Z}$$

| $\begin{matrix} XY \\ Z \end{matrix}$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0 | | 1 | 1 | 1 |
| 1 | | | | 1 |

$$p = X\bar{Y} = m_1 + m_2$$

$$q = X\bar{Z} = m_2 + m_3$$

$$r = Y\bar{Z} = m_3 + m_4$$

論理数学による主項選択の例

例: $f = X\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z}$

$m_1 = X\bar{Y}Z, m_2 = X\bar{Y}\bar{Z}, m_3 = XY\bar{Z}, m_4 = \bar{X}Y\bar{Z}$

| 最小項 主項 | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| p | ○ | ○ | | |
| q | | ○ | ○ | |
| r | | | ○ | ○ |

$p = X\bar{Y} = m_1 + m_2$

$q = X\bar{Z} = m_2 + m_3$

$r = Y\bar{Z} = m_3 + m_4$

$S_1 = p, S_2 = p + q, S_3 = q + r, S_4 = r$

論理数学による主項選択の例

$$\text{例: } f = X\bar{Y}Z + X\bar{Y}\bar{Z} + XY\bar{Z} + \bar{X}Y\bar{Z}$$

$$m_1 = X\bar{Y}Z, m_2 = X\bar{Y}\bar{Z}, m_3 = XY\bar{Z}, m_4 = \bar{X}Y\bar{Z}$$

$$p = X\bar{Y} = m_1 + m_2, q = X\bar{Z} = m_2 + m_3, r = Y\bar{Z} = m_3 + m_4$$

$$S_1 = p, S_2 = p + q, S_3 = q + r, S_4 = r$$

$$U = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 = p(p+q)(q+r)r$$

$$= pr$$

論理積項(の1つ)を

$$f_m = p + r = X\bar{Y} + Y\bar{Z}$$

論理和に変換

例題

$$f = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}E + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}DE + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}E + \overline{A}\overline{B}CD\overline{E} + \overline{A}\overline{B}CDE + \overline{A}BC\overline{D}\overline{E} + \overline{A}BC\overline{D}E + \overline{A}BCD\overline{E} + \overline{A}BCDE + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}E + A\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + A\overline{B}\overline{C}DE + ABC\overline{D}\overline{E} + ABC\overline{D}E + ABCD\overline{E} + ABCDE$$

$E \qquad \qquad 0 \qquad \qquad \qquad 1$

| $\begin{array}{c c} AB \\ \hline CD \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 8 | | 16 |
| 01 | 2 | 10 | 26 | 18 |
| 11 | | | 30 | |
| 10 | 4 | | | 20 |

| $\begin{array}{c c} AB \\ \hline CD \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|----|----|----|
| 00 | | 9 | | 17 |
| 01 | | 11 | | |
| 11 | | | | |
| 10 | 5 | | | 21 |

これを論理数学で解くと？

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | ○ | ○ | |
| 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: u | | | ○ | ○ | | | | | | | | ○ | ○ | | | |
| 8,9,10,11: v | | | | | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | | | | | |
| 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ | ○ | | ○ | ○ | | | |
| 選択 | | | | | | | | | | | | | | | | |

主項最小項対応表作成

最小項15個

主項8個

| | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| S_1 | $q + r + s$ | S_2 | $q + r + t$ | S_3 | $s + u$ |
| S_4 | u | S_5 | $q + v$ | S_6 | v |
| S_7 | $p + t + v$ | S_8 | v | S_9 | $r + s + w$ |
| S_{10} | w | S_{11} | $r + t$ | S_{12} | $s + u + w$ |
| S_{13} | $u + w$ | S_{14} | $p + t$ | S_{15} | p |

$$U = (q + r + s)(q + r + t)(s + u)u(q + v)$$

$$v(p + t + v)v(r + s + w)w(r + t)$$

$$(s + u + w)(u + w)(p + t)p$$

$$= pruvw + pstuvw + pqruvw$$

積項の中で
一番大きな
項を選択

$$f_m = p + r + u + v + w$$

だがこれは計算が
ややこしい...

論理数学による手順

1. 最小項を併合して主項を決定する
2. 主項-最小項対応表を作成する
3. 必須主項の選択・表の縮小をする
4. 論理数学を用いて主項を選択する

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26,30: <i>p</i> | | | | | | | | | | | | | | | | ✓ |
| 0,2,8,10: <i>q</i> | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: <i>r</i> | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: <i>s</i> | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: <i>t</i> | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: <i>u</i> | | | ○ | ◎ | | | | | | | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 8,9,10,11: <i>v</i> | | | | | ○ | ◎ | ○ | ○ | | | | | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: <i>w</i> | | | | | | | | | ○ | ◎ | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 選 択 | | | | | | | | | | | | | | | | |

特異最小項・必須主項決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 4 | 5 | 8 | 9 | 10 | 11 | 16 | 17 | 18 | 20 | 21 | 26 | 30 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 26,30: p | | | | | | | | | | | | | | ○ | ◎ | ✓ |
| 0,2,8,10: q | ○ | ○ | | | ○ | | ○ | | | | | | | | | |
| 0,2,16,18: r | ○ | ○ | | | | | | | ○ | | ○ | | | | | |
| 0,4,16,20: s | ○ | | ○ | | | | | | ○ | | | ○ | | | | |
| 2,10,18,26: t | | ○ | | | | | ○ | | | | ○ | | | ○ | | |
| 4,5,20,21: u | | | ○ | ◎ | | | | | | | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 8,9,10,11: v | | | | | ○ | ◎ | ○ | ◎ | | | | | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: w | | | | | | | | | ○ | ○ | | ○ | ○ | | | ✓ |
| 選択 | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

必須主項がカバーする最小項決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 2 | 1 8 | 必須 |
|-----------------------|---|---|--------|----|
| 26,30: <i>p</i> | | | | ✓ |
| 0,2,8,10: <i>q</i> | ○ | ○ | | |
| 0,2,16,18: <i>r</i> | ○ | ○ | ○ | |
| 0,4,16,20: <i>s</i> | ○ | | | |
| 2,10,18,26: <i>t</i> | | ○ | ○ | |
| 4,5,20,21: <i>u</i> | | | | ✓ |
| 8,9,10,11: <i>v</i> | | | | ✓ |
| 16,17,20,21: <i>w</i> | | | | ✓ |
| 選択 | | | | |

$$S_1 = q + r + s$$

$$S_2 = q + r + t$$

$$S_3 = r + t$$

$$U = (q + r + s)(q + r + t)(r + t) \\ = r + q t + s t$$

r または *q* と *t* または *s* と *t*

$$f_m = p + r + u + v + w$$

横方向の縮小

ドントケアを含む最小化

- ドントケアは 1 でも 0 でもいい
⇒ 必要に応じて 0,1 の都合のいい方と看做す

| $W X Y Z$ | f |
|-----------|-----|
| 0 0 0 0 | |
| 0 0 0 1 | - |
| 0 0 1 0 | |
| 0 0 1 1 | |
| 0 1 0 0 | 1 |
| 0 1 0 1 | - |
| 0 1 1 0 | 1 |
| 0 1 1 1 | |

| $W X Y Z$ | f |
|-----------|-----|
| 1 0 0 0 | |
| 1 0 0 1 | - |
| 1 0 1 0 | |
| 1 0 1 1 | 1 |
| 1 1 0 0 | 1 |
| 1 1 0 1 | - |
| 1 1 1 0 | 1 |
| 1 1 1 1 | - |

カルノー図による最小化

| $WXYZ$ | f | $WXYZ$ | f |
|--------|-----|--------|-----|
| 0000 | | 1000 | |
| 0001 | - | 1001 | - |
| 0010 | | 1010 | |
| 0011 | | 1011 | 1 |
| 0100 | 1 | 1100 | 1 |
| 0101 | - | 1101 | - |
| 0110 | 1 | 1110 | 1 |
| 0111 | | 1111 | - |

| $YZ \backslash WX$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | | 1 | 1 | |
| 01 | - | - | - | - |
| 11 | | | - | 1 |
| 10 | | 1 | 1 | |

$$f = X\bar{Z} + WZ$$

QM法による最小化

ドントケアには
△を付ける

| $WXYZ$ | f | $WXYZ$ | f |
|---------|-----|---------|-----|
| 0 0 0 0 | | 1 0 0 0 | |
| 0 0 0 1 | - | 1 0 0 1 | - |
| 0 0 1 0 | | 1 0 1 0 | |
| 0 0 1 1 | | 1 0 1 1 | 1 |
| 0 1 0 0 | 1 | 1 1 0 0 | 1 |
| 0 1 0 1 | - | 1 1 0 1 | - |
| 0 1 1 0 | 1 | 1 1 1 0 | 1 |
| 0 1 1 1 | | 1 1 1 1 | - |

| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|-----|---------|----|
| 1個 | △1 | 0 0 0 1 | |
| | 4 | 0 1 0 0 | |
| 2個 | △5 | 0 1 0 1 | |
| | 6 | 0 1 1 0 | |
| | △9 | 1 0 0 1 | |
| | 12 | 1 1 0 0 | |
| 3個 | 11 | 1 0 1 1 | |
| | △13 | 1 1 0 1 | |
| | 14 | 1 1 1 0 | |
| 4個 | △15 | 1 1 1 1 | |

ドントケアのある項の併合

| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|-------------|---------|----|
| 1個 | $\Delta 1$ | 0 0 0 1 | ✓ |
| | 4 | 0 1 0 0 | ✓ |
| 2個 | $\Delta 5$ | 0 1 0 1 | ✓ |
| | 6 | 0 1 1 0 | |
| | $\Delta 9$ | 1 0 0 1 | ✓ |
| | 12 | 1 1 0 0 | |
| 3個 | 11 | 1 0 1 1 | |
| | $\Delta 13$ | 1 1 0 1 | |
| | 14 | 1 1 1 0 | |
| 4個 | $\Delta 15$ | 1 1 1 1 | |



| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|--------------|---------|----|
| 1個 | $\Delta 1,5$ | 0 - 0 1 | |
| | $\Delta 1,9$ | - 0 0 1 | |
| | 4,5 | 0 1 0 - | |
| | | | |
| 2個 | | | |
| | | | |
| | | | |

ドントケア同士の併合は Δ 有り
1とドントケアの併合は Δ 無し

ドントケアのある項の併合

| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|-------------|---------|----|
| 1個 | $\Delta 1$ | 0 0 0 1 | ✓ |
| | 4 | 0 1 0 0 | ✓ |
| 2個 | $\Delta 5$ | 0 1 0 1 | ✓ |
| | 6 | 0 1 1 0 | ✓ |
| | $\Delta 9$ | 1 0 0 1 | ✓ |
| | 12 | 1 1 0 0 | ✓ |
| 3個 | 11 | 1 0 1 1 | ✓ |
| | $\Delta 13$ | 1 1 0 1 | ✓ |
| | 14 | 1 1 1 0 | ✓ |
| 4個 | $\Delta 15$ | 1 1 1 1 | |



| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|---------------|---------|----|
| 1個 | $\Delta 1,5$ | 0 - 0 1 | |
| | $\Delta 1,9$ | - 0 0 1 | |
| | 4,5 | 0 1 0 - | |
| | 4,6 | 0 1 - 0 | |
| 2個 | 4,12 | - 1 0 0 | |
| | $\Delta 5,13$ | - 1 0 1 | |
| | 6,14 | - 1 1 0 | |
| | 9,11 | 1 0 - 1 | |
| | $\Delta 9,13$ | 1 - 0 1 | |
| | | | |

| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|----------------|---------|----|
| 1個 | $\Delta 1,5$ | 0 - 0 1 | ✓ |
| | $\Delta 1,9$ | - 0 0 1 | ✓ |
| | 4,5 | 0 1 0 - | ✓ |
| | 4,6 | 0 1 - 0 | ✓ |
| | 4,12 | - 1 0 0 | ✓ |
| 2個 | $\Delta 5,13$ | - 1 0 1 | ✓ |
| | 6,14 | - 1 1 - | ✓ |
| | 9,11 | 1 0 - 1 | ✓ |
| | $\Delta 9,13$ | 1 - 0 1 | ✓ |
| | 12,13 | 1 1 0 - | ✓ |
| | 12,14 | 1 1 - 0 | ✓ |
| 3個 | 11,15 | 1 - 1 1 | ✓ |
| | $\Delta 13,15$ | 1 1 - 1 | ✓ |
| | 14,15 | 1 1 1 - | ✓ |

| | ラベル | $WXYZ$ | 主項 |
|----|---|--------------------|-----|
| 1個 | $\Delta 1,5,9,13$ | - - 0 1 | |
| | 4,5,12,13 | - 1 0 - | p |
| | 4,6,12,14 | - 1 - 0 | q |
| 2個 | 9,11,13,15 | 1 - - 1 | r |
| | 12,13,14,15 | 1 1 - - | s |

最後まで Δ の付いている項
= ドントケアのみの項

Δ の付いた項は不要

主項は p, q, r, s の4つ

主項最小項対応表

| 主項 | 最小項 | 4 | Δ 5 | 6 | Δ 9 | 11 | 12 | Δ 13 | 14 | Δ 15 | 必須 |
|----|------------------|---|---------------|---|---------------|----|----|----------------|----|----------------|----|
| | 4,5,12,13: p | ○ | ○ | | | | ○ | ○ | | | |
| | 4,6,12,14: q | ○ | | ○ | | | ○ | | ○ | | |
| | 9,11,13,15: r | | | | ○ | ○ | | ○ | | ○ | |
| | 12,13,14,15: s | | | | | | ○ | ○ | ○ | ○ | |
| | 選択 | | | | | | | | | | |

ドントケアの最小項は選択する必要無し

ドントケアの最小項は対応表に不要

主項の選択

| 主項 | 最小項 | 4 | 6 | 11 | 12 | 14 | 必須 |
|------------------|-----|---|---|----|----|----|----|
| 4,5,12,13: p | | ○ | | | ○ | | |
| 4,6,12,14: q | | ○ | ◎ | | ○ | ○ | ✓ |
| 9,11,13,15: r | | | | ◎ | | | ✓ |
| 12,13,14,15: s | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | | | | | | | |

特異最小項・必須主項決定

主項の選択

| 主項 | 最小項 | 4 | 6 | 11 | 12 | 14 | 必須 |
|----|------------------|---|---|----|----|----|----|
| | 4,5,12,13: p | ○ | | | ○ | | |
| | 4,6,12,14: q | ○ | ◎ | | ○ | ○ | ✓ |
| | 9,11,13,15: r | | | ◎ | | | ✓ |
| | 12,13,14,15: s | | | | ○ | ○ | |
| | 選択 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

必須主項がカバーする最小項決定

$$\text{最小積和形は } q + r = X\bar{Z} + WZ$$

演習問題: 表の縮小による最小化

- 次の真理値表の最小積和形を求めよ

| A | B | C | D | f |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | |

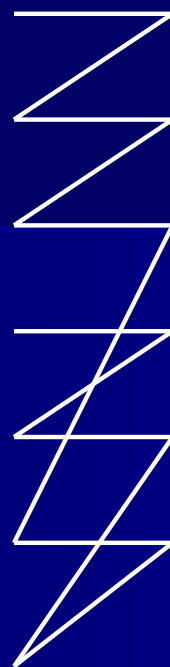
| A | B | C | D | f |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | ラベル | $A_{(8)}$ | $B_{(4)}$ | $C_{(2)}$ | $D_{(1)}$ | 主項 |
|------|------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| 1が0個 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1が1個 | $4 = 2^2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 1が2個 | $5 = 2^2 + 2^0$ | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| | $10 = 2^3 + 2^1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1が3個 | $11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$ | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| | $13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$ | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 1が4個 | $15 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$ | 1 | 1 | 1 | 1 | |

| $\begin{matrix} AB \\ \backslash \\ CD \end{matrix}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

最小項を
1の少ない順に並べ
グループ分けする

| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|-----|-----------|----|
| 0個 | 0 | 0 0 0 0 | ✓ |
| 1個 | 4 | 0 1 0 0 | ✓ |
| 2個 | 5 | 0 1 0 1 | ✓ |
| | 10 | 1 0 1 0 | ✓ |
| 3個 | 11 | 1 0 1 1 | ✓ |
| | 13 | 1 1 0 1 | ✓ |
| 4個 | 15 | 1 1 1 1 | ✓ |



| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|-------|-----------|-----|
| 0個 | 0,4 | 0 - 0 0 | p |
| 1個 | 4,5 | 0 1 0 - | q |
| 2個 | 5,13 | - 1 0 1 | r |
| | 10,11 | 1 0 1 - | s |
| 3個 | 11,15 | 1 - 1 1 | t |
| | 13,15 | 1 1 - 1 | u |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

各行それぞれが
隣接グループの行と
併合可能かチェック

チェックが付かなかった
項が主項

| 主項 \ 最小項 | 0 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|------------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 0,4: p | ○ | ○ | | | | | | |
| 4,5: q | | ○ | ○ | | | | | |
| 5,13: r | | | ○ | | | ○ | | |
| 10,11: s | | | | ○ | ○ | | | |
| 11,15: t | | | | | ○ | | ○ | |
| 13,15: u | | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | | | | | | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

主項と最小項の
対応表を作る

| 主項 \ 最小項 | 0 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|------------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 0,4: p | ◎ | ○ | | | | | | ✓ |
| 4,5: q | | ○ | ○ | | | | | |
| 5,13: r | | | ○ | | | ○ | | |
| 10,11: s | | | | ◎ | ○ | | | ✓ |
| 11,15: t | | | | | ○ | | ○ | |
| 13,15: u | | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | | | | | | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

特異最小項・
必須主項を決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|------------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 0,4: p | ◎ | ○ | | | | | | ✓ |
| 4,5: q | | ○ | ○ | | | | | |
| 5,13: r | | | ○ | | | ○ | | |
| 10,11: s | | | | ◎ | ○ | | | ✓ |
| 11,15: t | | | | | ○ | | ○ | |
| 13,15: u | | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

必須主項が包含する
最小項を決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|------------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 0,4: p | ◎ | ○ | | | | | | ✓ |
| 4,5: q | | ○ | ○ | | | | | |
| 5,13: r | | | ○ | | | ○ | | |
| 10,11: s | | | | ◎ | ○ | | | ✓ |
| 11,15: t | | | | | ○ | | ○ | |
| 13,15: u | | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|--------------|--------------|----|---------------|
| 00 | 0 | 4 | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | 11 |
| 10 | | | | 10 |

チェックの付いた
最小項を削除

| 主項 \ 最小項 | 5 | 13 | 15 | 必須 |
|------------|---|----|----|----|
| 0,4: p | | | | ✓ |
| 4,5: q | ○ | | | |
| 5,13: r | ○ | ○ | | |
| 10,11: s | | | | ✓ |
| 11,15: t | | | ○ | |
| 13,15: u | | ○ | ○ | |
| 選択 | | | | |

他の主項に
包含される
チェックの無い
主項を削除

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00 | - | - | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | - |
| 10 | | | | - |

| 主項 \ 最小項 | 5 | 13 | 15 | 必須 |
|-----------------|---|----|----|----|
| 0,4: <i>p</i> | | | | ✓ |
| 5,13: <i>r</i> | ◎ | ○ | | ✓ |
| 10,11: <i>s</i> | | | | ✓ |
| 13,15: <i>u</i> | | ○ | ◎ | ✓ |
| 選択 | ✓ | ✓ | ✓ | |

縮小した表で
特異最小項・
必須主項の決定

必須主項が包含する
最小項決定

| <i>AB</i> \ <i>CD</i> | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-----------------------|----|----|----|----|
| 00 | - | - | | |
| 01 | | 5 | 13 | |
| 11 | | | 15 | - |
| 10 | | | | - |

$$\begin{aligned}
 f_m &= p + r + s + u \\
 &= \overline{A}\overline{C}\overline{D} + \overline{B}\overline{C}D \\
 &\quad + \overline{A}BC + ABD
 \end{aligned}$$

演習問題: 論理数学による主項選択

■ 最適な主項の組み合わせは？

| 最小項 主項 | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|
| p | ○ | | | |
| q | ○ | ○ | | |
| r | | | ○ | |
| s | | | ○ | ○ |

$$S_1 = p + q$$

$$S_2 = q$$

$$S_3 = r + s$$

$$S_4 = s$$

$$U = (p + q) q (r + s) s = q s$$

q と s

演習問題: ドントケアを含む最小化

- 次の真理値表の最小積和形を求めよ

| A | B | C | D | f |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | |

| A | B | C | D | f |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | - |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | - |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | - |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | - |

| | ラベル | $A_{(8)}$ | $B_{(4)}$ | $C_{(2)}$ | $D_{(1)}$ | 主項 |
|------|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| 1が0個 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1が1個 | $1 = 2^0$ | 0 | 0 | 0 | 1 | |
| | $4 = 2^2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| 1が2個 | $5 = 2^2+2^0$ | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| | $\Delta 9 = 2^3+2^0$ | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| | $10 = 2^3+2^1$ | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 1が3個 | $\Delta 11 = 2^3+2^1+2^0$ | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| | $\Delta 13 = 2^3+2^2+2^0$ | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| | $14 = 2^3+2^2+2^1$ | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 1が4個 | $\Delta 15 = 2^3+2^2+2^1+2^0$ | 1 | 1 | 1 | 1 | |

| $\begin{matrix} AB \\ \backslash \\ CD \end{matrix}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 00 | $\begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$ | | |
| 01 | $\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 13 \\ - \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 9 \\ - \end{matrix}$ |
| 11 | | | $\begin{matrix} 15 \\ - \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 11 \\ - \end{matrix}$ |
| 10 | | | $\begin{matrix} 14 \\ 1 \end{matrix}$ | $\begin{matrix} 10 \\ 1 \end{matrix}$ |

最小項を
1の少ない順に並べ
グループ分けする

| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|-------------|-----------|----|
| 0個 | 0 | 0 0 0 0 | ✓ |
| 1個 | 1 | 0 0 0 1 | ✓ |
| | 4 | 0 1 0 0 | ✓ |
| 2個 | 5 | 0 1 0 1 | ✓ |
| | $\Delta 9$ | 1 0 0 1 | ✓ |
| | 10 | 1 0 1 0 | ✓ |
| 3個 | $\Delta 11$ | 1 0 1 1 | ✓ |
| | $\Delta 13$ | 1 1 0 1 | ✓ |
| | 14 | 1 1 1 0 | ✓ |
| 4個 | $\Delta 15$ | 1 1 1 1 | ✓ |

| $\begin{matrix} AB \\ \diagdown \\ CD \end{matrix}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|-----|-----|------|------|
| 00 | 0 1 | 4 1 | | |
| 01 | 1 1 | 5 1 | 13 - | 9 - |
| 11 | | | 15 - | 11 - |
| 10 | | | 14 1 | 10 1 |



| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|----------------|-----------|----|
| 0個 | 0,1 | 0 0 0 - | |
| | 0,4 | 0 - 0 0 | |
| 1個 | 1,5 | 0 - 0 1 | |
| | 1,9 | - 0 0 1 | |
| | 4,5 | 0 1 0 - | |
| | 5,13 | - 1 0 1 | |
| 2個 | $\Delta 9,11$ | 1 0 - 1 | |
| | $\Delta 9,13$ | 1 - 0 1 | |
| | 10,11 | 1 0 1 - | |
| | 10,14 | 1 - 1 0 | |
| | $\Delta 11,15$ | 1 - 1 1 | |
| 3個 | $\Delta 13,15$ | 1 1 - 1 | |
| | 14,15 | 1 1 1 - | |

| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|----------------|-----------|----|
| 0個 | 0,1 | 0 0 0 - | ✓ |
| | 0,4 | 0 - 0 0 | ✓ |
| | 1,5 | 0 - 0 1 | ✓ |
| 1個 | 1,9 | - 0 0 1 | ✓ |
| | 4,5 | 0 1 0 - | ✓ |
| 2個 | 5,13 | - 1 0 1 | ✓ |
| | $\Delta 9,11$ | 1 0 - 1 | ✓ |
| | $\Delta 9,13$ | 1 - 0 1 | ✓ |
| | 10,11 | 1 0 1 - | ✓ |
| | 10,14 | 1 - 1 0 | ✓ |
| 3個 | $\Delta 11,15$ | 1 - 1 1 | ✓ |
| | $\Delta 13,15$ | 1 1 - 1 | ✓ |
| | 14,15 | 1 1 1 - | ✓ |

| | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|---------------------|-----------|-----|
| 0個 | 0,1,4,5 | 0 - 0 - | p |
| 1個 | 1,5,9,13 | - - 0 1 | q |
| 2個 | $\Delta 9,11,13,15$ | 1 - - 1 | |
| | 10,11,14,15 | 1 - 1 - | r |

チェックが付かなかった
 Δ の無い項が主項

$$p = \overline{A}\overline{C}, q = \overline{C}D, r = AC$$

| $CD \backslash AB$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|-----|-----|------|------|
| 00 | 0 1 | 4 1 | | |
| 01 | 1 1 | 5 1 | 13 - | 9 - |
| 11 | | | 15 - | 11 - |
| 10 | | | 14 1 | 10 1 |

| 主項 \ 最小項 | 0 | 1 | 4 | 5 | 10 | 14 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|----|----|----|
| 0,1,4,5: p | ○ | ○ | ○ | ○ | | | |
| 1,5,9,13: q | | ○ | | ○ | | | |
| 10,11,14,15: r | | | | | ○ | ○ | |
| 選択 | | | | | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|-----|-----|------|------|
| 00 | 0 1 | 4 1 | | |
| 01 | 1 1 | 5 1 | 13 - | 9 - |
| 11 | | | 15 - | 11 - |
| 10 | | | 14 1 | 10 1 |

主項と最小項の
対応表を作る

dont care の
最小項は不要

| 主項 \ 最小項 | 0 | 1 | 4 | 5 | 10 | 14 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|----|----|----|
| 0,1,4,5: p | ◎ | ○ | ◎ | ○ | | | ✓ |
| 1,5,9,13: q | | ○ | | ○ | | | |
| 10,11,14,15: r | | | | | ◎ | ◎ | ✓ |
| 選択 | | | | | | | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|-----|-----|------|------|
| 00 | 0 1 | 4 1 | | |
| 01 | 1 1 | 5 1 | 13 - | 9 - |
| 11 | | | 15 - | 11 - |
| 10 | | | 14 1 | 10 1 |

特異最小項・
必須主項の決定

| 主項 \ 最小項 | 0 | 1 | 4 | 5 | 10 | 14 | 必須 |
|------------------|---|---|---|---|----|----|----|
| 0,1,4,5: p | ◎ | ○ | ◎ | ○ | | | ✓ |
| 1,5,9,13: q | | ○ | | ○ | | | |
| 10,11,14,15: r | | | | | ◎ | ◎ | ✓ |
| 選択 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|-----|-----|------|------|
| 00 | 0 1 | 4 1 | | |
| 01 | 1 1 | 5 1 | 13 - | 9 - |
| 11 | | | 15 - | 11 - |
| 10 | | | 14 1 | 10 1 |

必須主項が包含する
最小項の決定

$$\begin{aligned}
 f_m &= p + r \\
 &= \overline{A}\overline{C} + AC
 \end{aligned}$$

問題: ドントケアを含む最小化

- 次の真理値表の最小積和形を求めよ

| W X Y Z | F | W X Y Z | f |
|-----------------|-----|-----------------|-----|
| 0 0 0 0 | 1 | 1 0 0 0 | |
| 0 0 0 1 | 1 | 1 0 0 1 | - |
| 0 0 1 0 | 1 | 1 0 1 0 | |
| 0 0 1 1 | 1 | 1 0 1 1 | 1 |
| 0 1 0 0 | - | 1 1 0 0 | - |
| 0 1 0 1 | - | 1 1 0 1 | - |
| 0 1 1 0 | | 1 1 1 0 | |
| 0 1 1 1 | | 1 1 1 1 | |