

# 論理回路

## 第6回 論理回路の簡略化

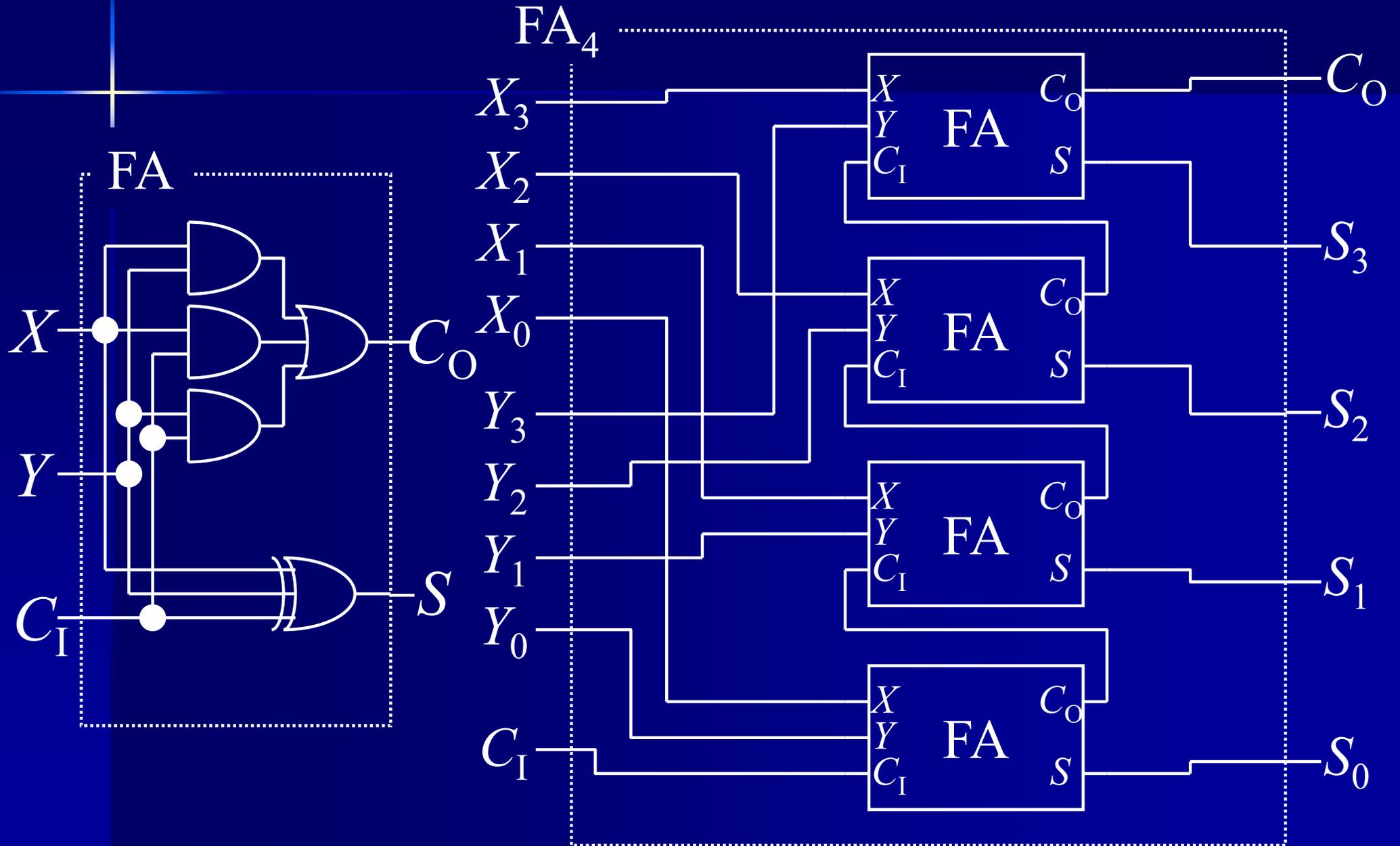
### — クワイン・マクラスキ法(1)

<http://www.info.kindai.ac.jp/LC>

E館3階E-331 内線5459

[takasi-i@info.kindai.ac.jp](mailto:takasi-i@info.kindai.ac.jp)

# 加算器



# 減算

- 除数を 2 の補数に変換してから加算

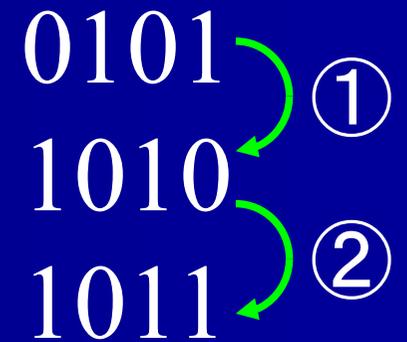
$X$  の 2 の補数 :  $2^n - X$

例: 5 (0101) の 2 の補数(4ビット)

$$16 - 5 = 11(1011)$$

① 全てのビットを反転させる

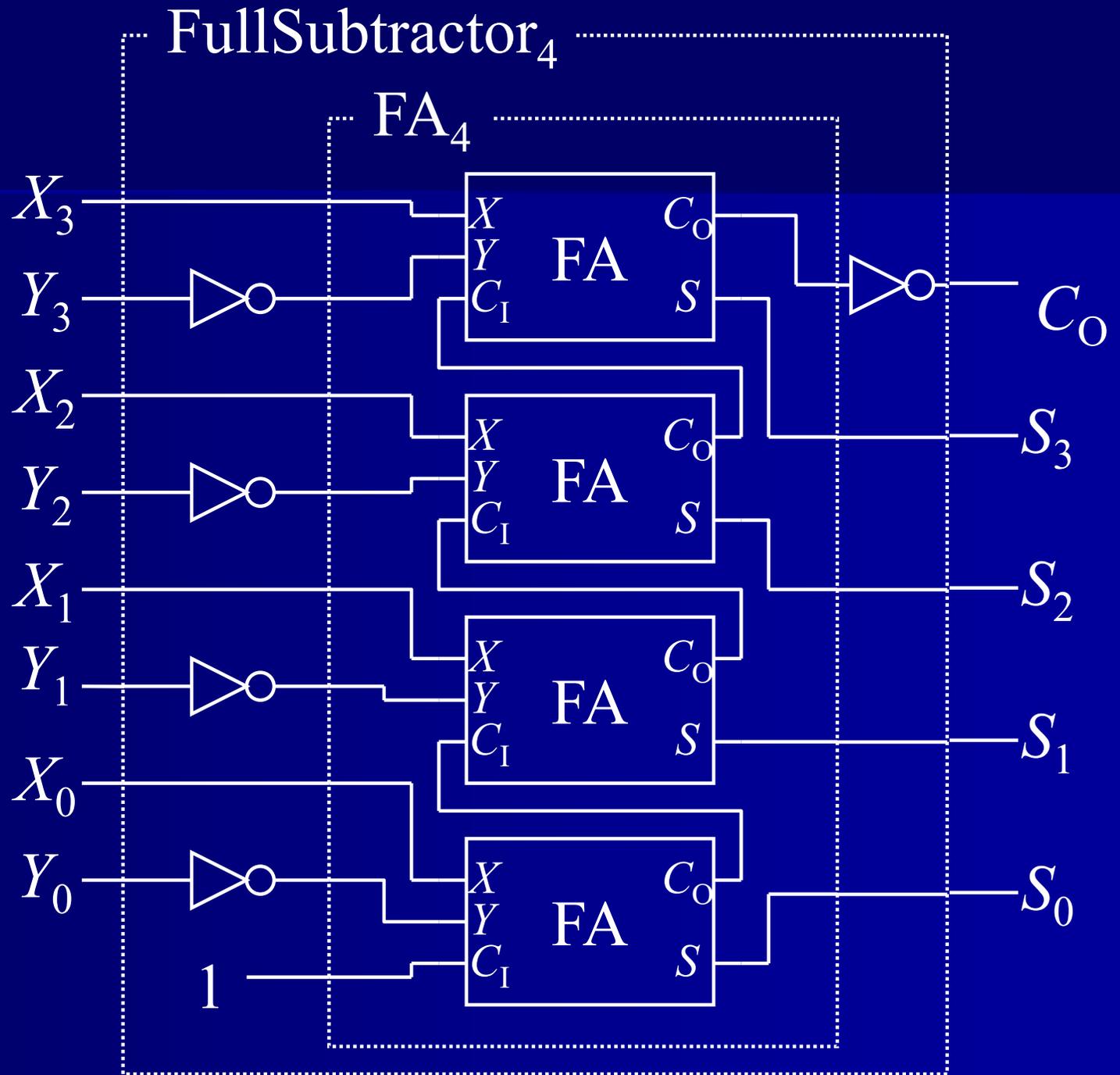
② 1 を加える



# 減算器

$$X - Y$$

1.  $Y$ をビット反転
2. 1を足す
3.  $X$ に加える



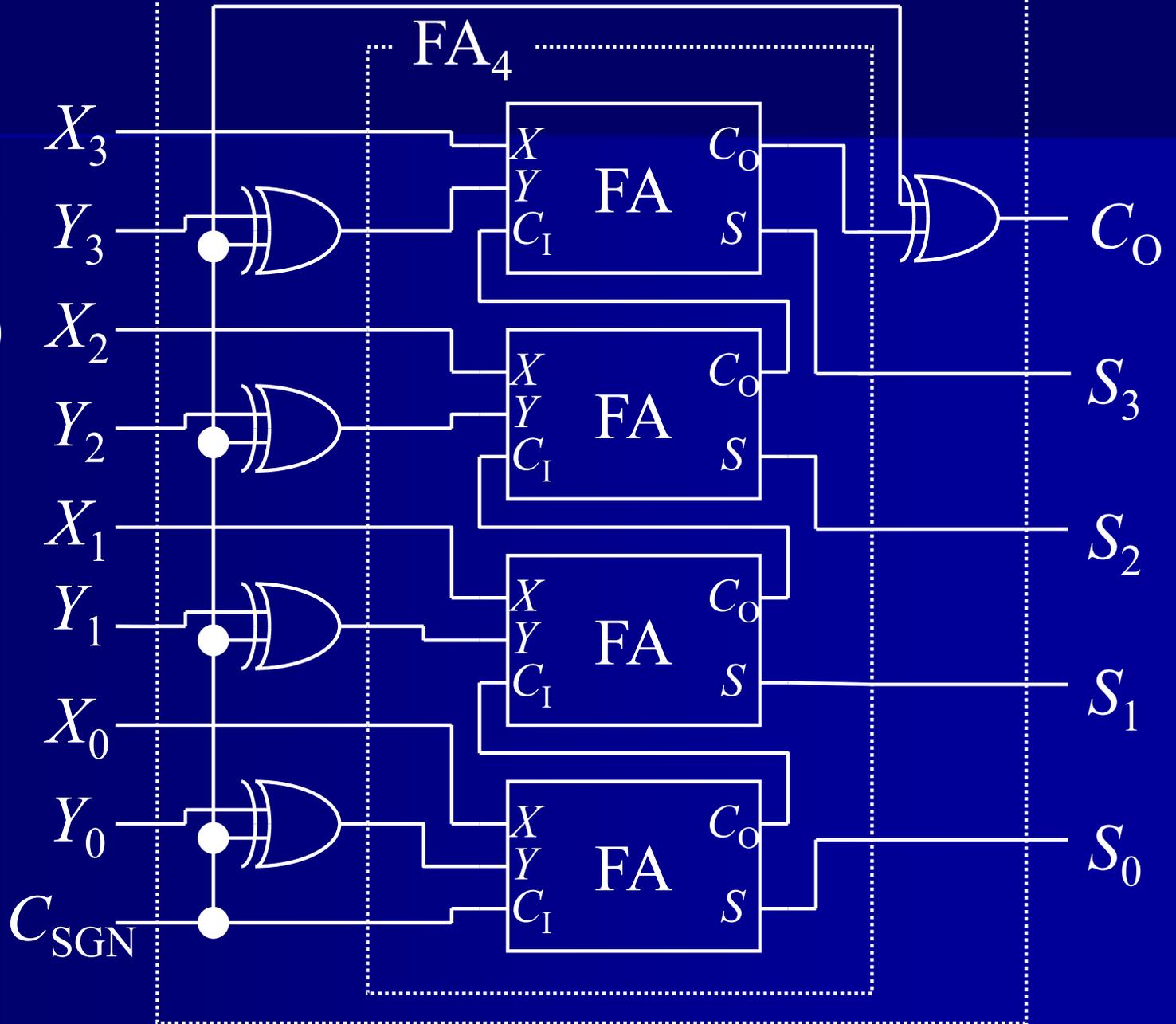
# 加減算器

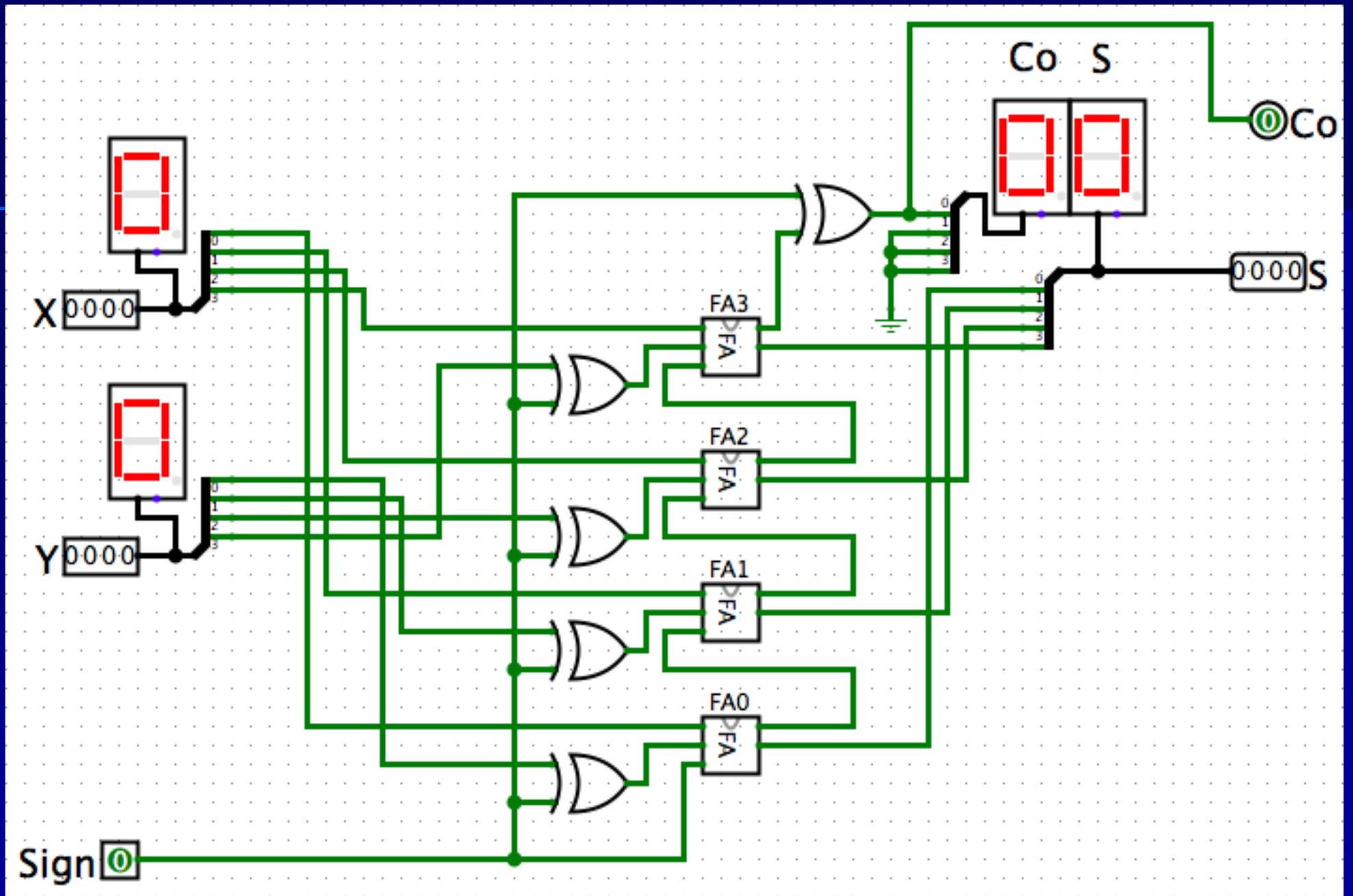
FullAdd-Subtractor<sub>4</sub>

制御信号  $C_{SGN}$

$X + Y$  ( $C_{SGN}=0$ )

$X - Y$  ( $C_{SGN}=1$ )





FAS4.circ

# 乗算

## 10進数の乗算

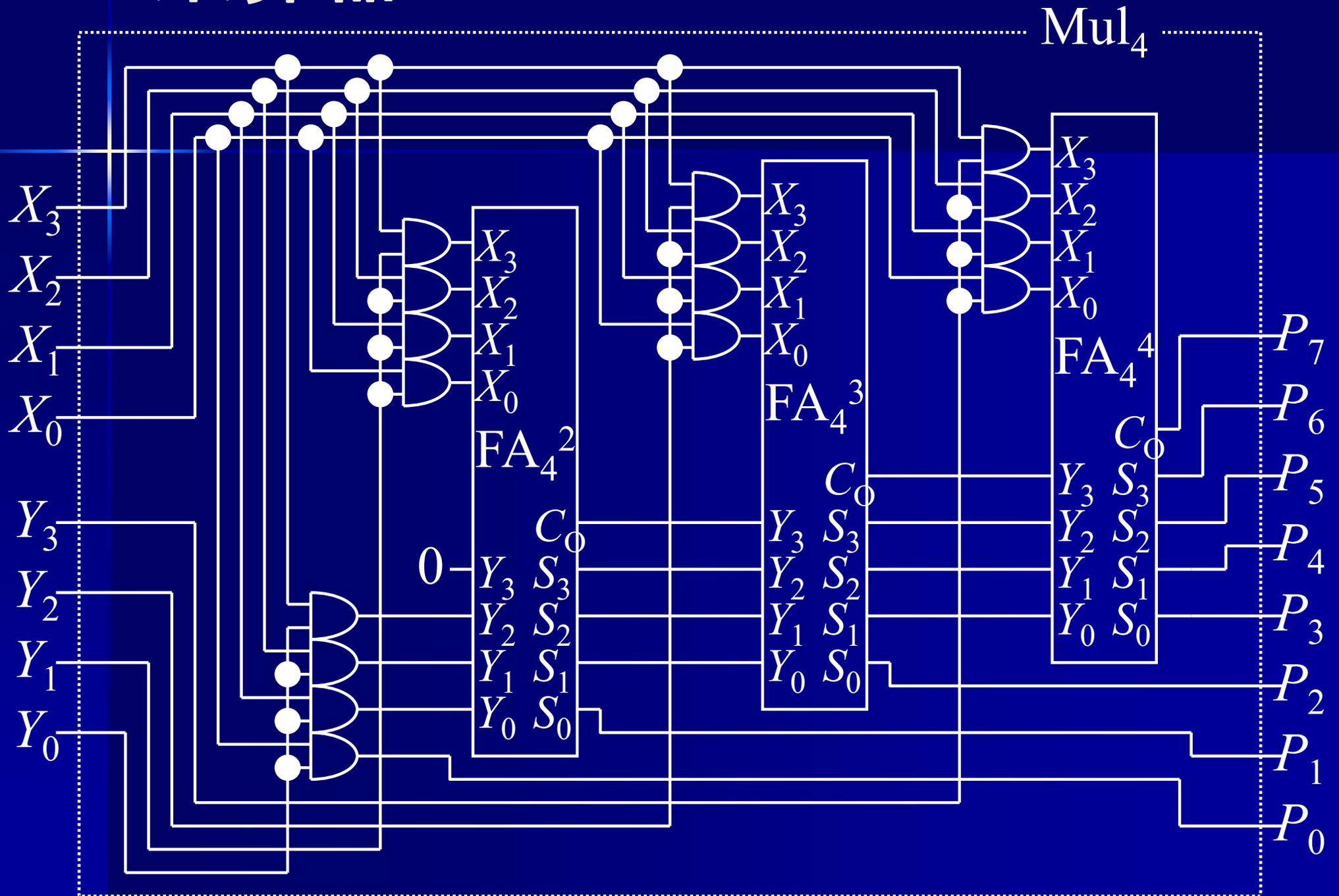
$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 13 \\ \hline 42 \quad (14 \times 3) \\ +14 \quad (14 \times 1) \\ \hline 182 \end{array}$$

## 2進数の乗算

$$\begin{array}{r} 1110 \quad (14) \\ \times 1101 \quad (13) \\ \hline 1110 \quad (1110 \times 1) \\ 0000 \quad (1110 \times 0) \\ 1110 \quad (1110 \times 1) \quad \text{左2ビットシフト} \\ +1110 \quad (1110 \times 1) \quad \text{左3ビットシフト} \\ \hline 10110110 \quad (182) \end{array}$$

2進数の乗算は、左シフトと加算のみで計算可能

# 乘算器



# カルノー図

- カルノー図:関数値を2次元格子図で表現
  - 論理関数を直感的に把握する表現法
  - 論理回路の最適化設計を直感的に行える

| $Z \backslash X Y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                  | 0   | 0   | 1   | 0   |
| 1                  | 1   | 1   | 1   | 0   |

$$\overline{X} \cdot Z + X \cdot Y$$

# 5変数関数のカルノー図

- 5変数関数  $f=(X,Y,Z,U,V)$  のカルノー図

|   |    | 0  |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |    | XY | 00 | 01 | 11 | 10 | XY | 00 | 01 | 11 | 10 |
| V | ZU | 00 | 1  |    |    | 00 | 1  |    |    |    |    |
|   | 01 | 1  |    |    |    | 01 |    |    |    |    |    |
|   | 11 | 1  |    |    | 1  | 11 |    |    |    | 1  |    |
|   |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    | 1  |
|   | 10 |    |    |    |    | 10 |    |    |    |    | 1  |

$$f = \overline{X}\overline{Y}U\overline{V} + \overline{X}Y\overline{Z}\overline{U} + X\overline{Y}Z$$

# 6変数関数のカルノー図

- 6変数関数  $f=(X,Y,Z,U,V,W)$  のカルノー図

|   |    | V  |    |    |    | 1  |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |    | 0  |    | 1  |    | 0  |    | 1  |    |
| W | XY | ZU |    |    |    | ZU |    |    |    |
|   |    | 00 | 01 | 11 | 10 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 00 |    |    | 1  |    |    | 1  |    |    |
|   | 01 |    |    |    |    |    |    | 1  |    |
|   | 11 |    |    |    |    |    |    | 1  |    |
|   | 10 | 1  |    |    |    | 1  |    |    |    |
| 1 | 00 |    |    |    |    |    |    | 1  |    |
|   | 01 |    |    |    |    |    |    | 1  |    |
|   | 11 |    |    |    |    |    |    | 1  |    |
|   | 10 | 1  |    |    |    | 1  |    |    |    |

$$f = X\bar{Y}U\bar{V} + XY\bar{Z}U\bar{W} + XY\bar{Z}U\bar{V} + \bar{X}\bar{Y}Z\bar{U}$$

# カルノー図の特徴

## ■ 長所

- 直感的で分かり易い
- 必要な主項の選択が容易

## ■ 短所

- 実用的に使えるのはせいぜい4変数  
(無理して6変数)まで

# カルノー図による論理式の簡略化

- 隣接マスを併合することにより簡略化

| $Z \backslash X Y$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 0                  | 1  | 1  |    |    |
| 1                  |    |    |    |    |

$$\begin{aligned} & \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} \\ &= (\overline{Y} + Y) \cdot \overline{X} \cdot \overline{Z} \\ &= \overline{X} \cdot \overline{Z} \end{aligned}$$

# クワイン・マクラスキ法

## ■ Quine-McClusky法

– 真理値表の併合・簡単化により簡略化

例：  $f(X, Y, Z) = X \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y \cdot \overline{Z}$  の簡略化

| $XYZ$ | $f$ | 最小項                            |
|-------|-----|--------------------------------|
| 1 1 1 | 1   | $X \cdot Y \cdot Z$            |
| 1 1 0 | 1   | $X \cdot Y \cdot \overline{Z}$ |

zを併合

| $XYZ$ | $f$ | 積項          |
|-------|-----|-------------|
| 1 1 - | 1   | $X \cdot Y$ |

$Z$  は0でも1でもいい  $\Rightarrow Z$  はドントケアにできる

$$f(X, Y, Z) = X \cdot Y$$

# QM法による行の併合例

例:  $f = X \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z}$  の併合

| $XYZ$ | 最小項                                       |
|-------|---|
| 111   | $X \cdot Y \cdot Z$                       |
| 110   | $X \cdot Y \cdot \overline{Z}$            |
| 010   | $\overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z}$ |

$Z$ を併合

$X$ を併合

| $XYZ$ | 積項                     |
|-------|------------------------|
| 11-   | $X \cdot Y$            |
| -10   | $Y \cdot \overline{Z}$ |

$$f(X, Y, Z) = X \cdot Y + Y \cdot \overline{Z}$$

# QM法による2段論理最小化

## 1. 最小項を併合して主項を決定する

- i. 最小項をグループ分けする
- ii. 隣接グループの項を併合する
- iii. 主項を決定する

## 2. 必要な主項を選択する

- i. 主項と最小項の対応表を作る
- ii. 特異最小項を決定する
- iii. 必須主項を決定する
- iv. 必須主項が包含する最小項を決定する
- v. 残る最小項を包含する主項を選択する

# 主項の決定(1) 最小項のグループ分け

## 1. 最小項のグループ分け

- i. 積和標準系にする
- ii.  $f=1$  となる項を取り出す
- iii. 1 の少ない項から順に並べる
- iv. 1の数でグループ分けする

例：
$$f = \overline{A} \overline{B} C D + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + A \overline{B} \overline{C} \overline{D} \\ + A \overline{B} C \overline{D} + A \overline{B} C D + A \overline{B} \overline{C} D \\ + \overline{A} B \overline{C} \overline{D} + \overline{A} B \overline{C} D + A B C \overline{D}$$

# 主項の決定(1) 最小項のグループ分け

$$f = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}CD + AB\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD$$

$f=1$ の行を取り出し  
1の少ない順に並べる

| $A B C D$      | $f$      |
|----------------|----------|
| 0 0 0 0        |          |
| <b>0 0 0 1</b> | <b>1</b> |
| 0 0 1 0        |          |
| <b>0 0 1 1</b> | <b>1</b> |
| <b>0 1 0 0</b> | <b>1</b> |
| <b>0 1 0 1</b> | <b>1</b> |
| 0 1 1 0        |          |
| 0 1 1 1        |          |

| $A B C D$      | $f$      |
|----------------|----------|
| <b>1 0 0 0</b> | <b>1</b> |
| <b>1 0 0 1</b> | <b>1</b> |
| <b>1 0 1 0</b> | <b>1</b> |
| <b>1 0 1 1</b> | <b>1</b> |
| 1 1 0 0        |          |
| 1 1 0 1        |          |
| <b>1 1 1 0</b> | <b>1</b> |
| 1 1 1 1        |          |

|         |   |          |
|---------|---|----------|
| 0 0 0 1 | } | 1が<br>1個 |
| 0 1 0 0 |   |          |
| 1 0 0 0 |   |          |
| 0 0 1 1 | } | 1が<br>2個 |
| 0 1 0 1 |   |          |
| 1 0 0 1 |   |          |
| 1 0 1 0 |   |          |
| 1 0 1 1 | } | 1が<br>3個 |
| 1 1 1 0 |   |          |

# 主項の決定(1) 最小項のグループ分け

各最小項に  
ラベルを  
付ける

1の数で  
グルー  
プ分け

|          | ラベル                | $A_{(8)}$ | $B_{(4)}$ | $C_{(2)}$ | $D_{(1)}$ | 主項 |
|----------|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| 1が<br>1個 | $1 = 2^0$          | 0         | 0         | 0         | 1         |    |
|          | $4 = 2^2$          | 0         | 1         | 0         | 0         |    |
|          | $8 = 2^3$          | 1         | 0         | 0         | 0         |    |
| 1が<br>2個 | $3 = 2^1+2^0$      | 0         | 0         | 1         | 1         |    |
|          | $6 = 2^2+2^1$      | 0         | 1         | 1         | 0         |    |
|          | $9 = 2^3+2^0$      | 1         | 0         | 0         | 1         |    |
|          | $10 = 2^3+2^1$     | 1         | 0         | 1         | 0         |    |
| 1が<br>3個 | $11 = 2^3+2^1+2^0$ | 1         | 0         | 1         | 1         |    |
|          | $14 = 2^3+2^2+2^1$ | 1         | 1         | 1         | 0         |    |

## 主項の決定(2) 項の併合

| $X Y Z$ | 最小項                       |
|---------|---------------------------|
| 1 1 1   | $X \cdot Y \cdot Z$       |
| 1 1 0   | $X \cdot Y \cdot \bar{Z}$ |

}  $XY$ に併合可能

- 併合可能な2行は1ビットのみ異なる
- 1の数でグループ分け

⇒併合可能な行は隣接グループに属する

各行が隣接グループの行と併合可能かチェックする

# 主項の決定(2) 項の併合

- 各行が隣接グループの行と併合可能かチェック

|          | ラベル | A | B | C | D | 主項 |
|----------|-----|---|---|---|---|----|
| 1が<br>1個 | 1   | 0 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 4   | 0 | 1 | 0 | 0 |    |
|          | 8   | 1 | 0 | 0 | 0 |    |
| 1が<br>2個 | 3   | 0 | 0 | 1 | 1 | ✓  |
|          | 6   | 0 | 1 | 1 | 0 |    |
|          | 9   | 1 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 10  | 1 | 0 | 1 | 0 |    |
| 1が<br>3個 | 11  | 1 | 0 | 1 | 1 |    |
|          | 14  | 1 | 1 | 1 | 0 |    |

$\begin{cases} 00-1(1と3) \\ -001(1と9) \end{cases}$

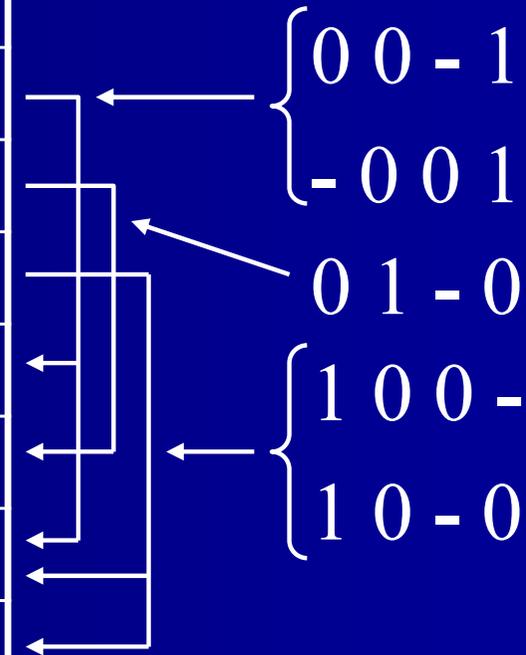
1は3,9と  
併合可能

併合した行には  
チェックを入れる

# 主項の決定(2) 項の併合

- 1が1個グループと2個のグループの間でチェック

|          | ラベル | A | B | C | D | 主項 |
|----------|-----|---|---|---|---|----|
| 1が<br>1個 | 1   | 0 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 4   | 0 | 1 | 0 | 0 | ✓  |
|          | 8   | 1 | 0 | 0 | 0 | ✓  |
| 1が<br>2個 | 3   | 0 | 0 | 1 | 1 | ✓  |
|          | 6   | 0 | 1 | 1 | 0 | ✓  |
|          | 9   | 1 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 10  | 1 | 0 | 1 | 0 | ✓  |
| 1が<br>3個 | 11  | 1 | 0 | 1 | 1 |    |
|          | 14  | 1 | 1 | 1 | 0 |    |

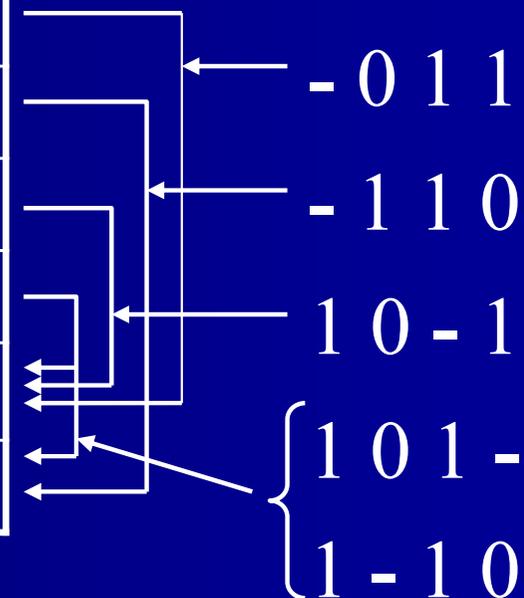


# 主項の決定(2) 項の併合

- 1が2個グループと3個のグループの間でチェック

|          | ラベル | A | B | C | D | 主項 |
|----------|-----|---|---|---|---|----|
| 1が<br>1個 | 1   | 0 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 4   | 0 | 1 | 0 | 0 | ✓  |
|          | 8   | 1 | 0 | 0 | 0 | ✓  |
| 1が<br>2個 | 3   | 0 | 0 | 1 | 1 | ✓  |
|          | 6   | 0 | 1 | 1 | 0 | ✓  |
|          | 9   | 1 | 0 | 0 | 1 | ✓  |
|          | 10  | 1 | 0 | 1 | 0 | ✓  |
| 1が<br>3個 | 11  | 1 | 0 | 1 | 1 | ✓  |
|          | 14  | 1 | 1 | 1 | 0 | ✓  |

00-1, -001,  
01-1, 100-  
10-0



# 主項の決定(2) 項の併合

|          | ラベル | A B C D | 主項 |
|----------|-----|---------|----|
| 1が<br>1個 | 1   | 0 0 0 1 | ✓  |
|          | 4   | 0 1 0 0 | ✓  |
|          | 8   | 1 0 0 0 | ✓  |
| 1が<br>2個 | 3   | 0 0 1 1 | ✓  |
|          | 6   | 0 1 1 0 | ✓  |
|          | 9   | 1 0 0 1 | ✓  |
|          | 10  | 1 0 1 0 | ✓  |
| 1が<br>3個 | 11  | 1 0 1 1 | ✓  |
|          | 14  | 1 1 1 0 | ✓  |



|          | ラベル   | A B C D | 主項 |
|----------|-------|---------|----|
| 1が<br>1個 | 1,3   | 0 0 - 1 |    |
|          | 1,9   | - 0 0 1 |    |
|          | 4,6   | 0 1 - 0 |    |
|          | 8,9   | 1 0 0 - |    |
|          | 8,10  | 1 0 - 0 |    |
| 1が<br>2個 | 3,11  | - 0 1 1 |    |
|          | 6,14  | - 1 1 0 |    |
|          | 9,11  | 1 0 - 1 |    |
|          | 10,11 | 1 0 1 - |    |
|          | 10,14 | 1 - 1 0 |    |

チェックが付いた行は  
主項ではない

# 主項の決定(2) 項の併合

|          | ラベル   | A B C D | 主項 |
|----------|-------|---------|----|
| 1が<br>1個 | 1,3   | 0 0 - 1 | ✓  |
|          | 1,9   | - 0 0 1 | ✓  |
|          | 4,6   | 0 1 - 0 |    |
|          | 8,9   | 1 0 0 - |    |
|          | 8,10  | 1 0 - 0 |    |
| 1が<br>2個 | 3,11  | - 0 1 1 | ✓  |
|          | 6,14  | - 1 1 0 |    |
|          | 9,11  | 1 0 - 1 | ✓  |
|          | 10,11 | 1 0 1 - |    |
|          | 10,14 | 1 - 1 0 |    |

1,3は9,11と  
併合可能

← - 0 - 1  
← - 0 - 1 } 同じ項

1,9も3,11と  
併合可能

1,3,9,11 : - 0 - 1

# 主項の決定(2) 主項の決定

|          | ラベル   | $A$ $B$ $C$ $D$ | 主項  |
|----------|-------|-----------------|-----|
| 1が<br>1個 | 1,3   | 0 0 - 1         | ✓   |
|          | 1,9   | - 0 0 1         | ✓   |
|          | 4,6   | 0 1 - 0         | $p$ |
|          | 8,9   | 1 0 0 -         | ✓   |
|          | 8,10  | 1 0 - 0         | ✓   |
| 1が<br>2個 | 3,11  | - 0 1 1         | ✓   |
|          | 6,14  | - 1 1 0         | $q$ |
|          | 9,11  | 1 0 - 1         | ✓   |
|          | 10,11 | 1 0 1 -         | ✓   |
|          | 10,14 | 1 - 1 0         | $r$ |

| ラベル       | $A$ $B$ $C$ $D$ | 主項  |
|-----------|-----------------|-----|
| 1,3,9,11  | - 0 - 1         | $s$ |
| 8,9,10,11 | 1 0 - -         | $t$ |

最後までチェックが  
付かなければ主項

## 主項の決定(2) 主項の決定

$$\begin{aligned}
 f = & \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D \\
 & + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}B\overline{C}D \\
 & + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + ABC\overline{D} \text{ の主項}
 \end{aligned}$$

| 主項  | 最小項       | $A B C D$ | 論理式                                       |
|-----|-----------|-----------|---|
| $p$ | 4,6       | 0 1 - 0   | $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{D}$ |
| $q$ | 6,14      | - 1 1 0   | $B \cdot C \cdot \overline{D}$            |
| $r$ | 10,14     | 1 - 1 0   | $A \cdot C \cdot \overline{D}$            |
| $s$ | 1,3,9,11  | - 0 - 1   | $\overline{B} \cdot D$                    |
| $t$ | 8,9,10,11 | 1 0 - -   | $A \cdot \overline{B}$                    |











# QM法による2段論理最小化

$$f = \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D} + ABC\overline{D} \text{ の最小積和形}$$

$$f = \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}D + \overline{A}\overline{B} + BC\overline{D}$$

または

$$f = \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}D + \overline{A}\overline{B} + AC\overline{D}$$

# 演習問題：QM法による2段論理最小化

## ■ 例題

$$f = \overline{A}B\overline{C} + B\overline{C}D + A\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C\overline{D}$$

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>f</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 0        | 0        | 0        | 0        |
| 0        | 0        | 0        | 1        | 0        |
| 0        | 0        | 1        | 0        | 1        |
| 0        | 0        | 1        | 1        | 1        |
| 0        | 1        | 0        | 0        | 1        |
| 0        | 1        | 0        | 1        | 1        |
| 0        | 1        | 1        | 0        | 0        |
| 0        | 1        | 1        | 1        | 0        |

| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>f</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1        | 0        | 0        | 0        | 0        |
| 1        | 0        | 0        | 1        | 0        |
| 1        | 0        | 1        | 0        | 1        |
| 1        | 0        | 1        | 1        | 1        |
| 1        | 1        | 0        | 0        | 0        |
| 1        | 1        | 0        | 1        | 1        |
| 1        | 1        | 1        | 0        | 0        |
| 1        | 1        | 1        | 1        | 1        |

|      | ラベル                    | $A_{(8)}$ | $B_{(4)}$ | $C_{(2)}$ | $D_{(1)}$ | 主項 |
|------|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| 1が1個 | $2 = 2^1$              | 0         | 0         | 1         | 0         |    |
|      | $4 = 2^2$              | 0         | 1         | 0         | 0         |    |
|      | $3 = 2^1+2^0$          | 0         | 0         | 1         | 1         |    |
| 1が2個 | $5 = 2^2+2^0$          | 0         | 1         | 0         | 1         |    |
|      | $10 = 2^3+2^1$         | 1         | 0         | 1         | 0         |    |
| 1が3個 | $11 = 2^3+2^1+2^0$     | 1         | 0         | 1         | 1         |    |
|      | $13 = 2^3+2^2+2^0$     | 1         | 1         | 0         | 1         |    |
| 1が4個 | $15 = 2^3+2^2+2^1+2^0$ | 1         | 1         | 1         | 1         |    |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 |    | 4  |    |    |
| 01                 |    | 5  | 13 |    |
| 11                 | 3  |    | 15 | 11 |
| 10                 | 2  |    |    | 10 |

最小項を  
1の少ない順に並べ  
グループ分けする

|    | ラベル | $A B C D$ | 主項 |
|----|-----|-----------|----|
| 1個 | 2   | 0 0 1 0   | ✓  |
|    | 4   | 0 1 0 0   | ✓  |
|    | 3   | 0 0 1 1   | ✓  |
| 2個 | 5   | 0 1 0 1   | ✓  |
|    | 10  | 1 0 1 0   | ✓  |
| 3個 | 11  | 1 0 1 1   | ✓  |
|    | 13  | 1 1 0 1   | ✓  |
| 4個 | 15  | 1 1 1 1   | ✓  |



|    | ラベル   | $A B C D$ | 主項 |
|----|-------|-----------|----|
| 1個 | 2,3   | 0 0 1 -   |    |
|    | 2,10  | - 0 1 0   |    |
|    | 4,5   | 0 1 0 -   |    |
| 2個 | 3,11  | - 0 1 1   |    |
|    | 5,13  | - 1 0 1   |    |
|    | 10,11 | 1 0 1 -   |    |
| 3個 | 11,15 | 1 - 1 1   |    |
|    | 13,15 | 1 1 - 1   |    |

| $A B$<br>$C D$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----------------|----|----|----|----|
| 00             |    | 4  |    |    |
| 01             |    | 5  | 13 |    |
| 11             | 3  |    | 15 | 11 |
| 10             | 2  |    |    | 10 |

各行それぞれが隣接グループの行と併合可能かチェック

|    | ラベル   | $A B C D$ | 主項  |
|----|-------|-----------|-----|
| 1個 | 2,3   | 0 0 1 -   | ✓   |
|    | 2,10  | - 0 1 0   | ✓   |
|    | 4,5   | 0 1 0 -   | $p$ |
| 2個 | 3,11  | - 0 1 1   | ✓   |
|    | 5,13  | - 1 0 1   | $q$ |
|    | 10,11 | 1 0 1 -   | ✓   |
| 3個 | 11,15 | 1 - 1 1   | $r$ |
|    | 13,15 | 1 1 - 1   | $s$ |

| ラベル       | $A B C D$ | 主項  |
|-----------|-----------|-----|
| 2,3,10,11 | - 0 1 -   | $t$ |

チェックが付かなかった  
項が主項

| $A B$<br>$C D$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----------------|----|----|----|----|
| 00             |    | 4  |    |    |
| 01             |    | 5  | 13 |    |
| 11             | 3  |    | 15 | 11 |
| 10             | 2  |    |    | 10 |

各行それぞれが  
隣接グループの行と  
併合可能かチェック

| 主項  | ラベル       | $A B C D$ |
|-----|-----------|-----------|
| $p$ | 4,5       | 0 1 0 -   |
| $q$ | 5,13      | - 1 0 1   |
| $r$ | 11,15     | 1 - 1 1   |
| $s$ | 13,15     | 1 1 - 1   |
| $t$ | 2,3,10,11 | - 0 1 -   |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 |    | 4  |    |    |
| 01                 |    | 5  | 13 |    |
| 11                 | 3  |    | 15 | 11 |
| 10                 | 2  |    |    | 10 |

主項

$$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

$$B \cdot \overline{C} \cdot D$$

$$A \cdot C \cdot D$$

$$A \cdot B \cdot D$$

$$\overline{B} \cdot C$$

| 主項 \ 最小項       | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 4,5: $p$       |   |   | ○ | ○ |    |    |    |    |    |
| 5,13: $q$      |   |   |   | ○ |    |    | ○  |    |    |
| 11,15: $r$     |   |   |   |   |    | ○  |    | ○  |    |
| 13,15: $s$     |   |   |   |   |    |    | ○  | ○  |    |
| 2,3,10,11: $t$ | ○ | ○ |   |   | ○  | ○  |    |    |    |
| 選択             |   |   |   |   |    |    |    |    |    |

| $AB$ \ $CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------|----|----|----|----|
| 00          |    | 4  |    |    |
| 01          |    | 5  | 13 |    |
| 11          | 3  |    | 15 | 11 |
| 10          | 2  |    |    | 10 |

主項と最小項の  
対応表を作る

| 主項 \ 最小項       | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 4,5: $p$       |   |   | ◎ | ○ |    |    |    |    |    |
| 5,13: $q$      |   |   |   | ○ |    |    | ○  |    |    |
| 11,15: $r$     |   |   |   |   |    | ○  |    | ○  |    |
| 13,15: $s$     |   |   |   |   |    |    | ○  | ○  |    |
| 2,3,10,11: $t$ | ◎ | ◎ |   |   | ◎  | ○  |    |    |    |
| 選択             |   |   |   |   |    |    |    |    |    |

| $AB$ \ $CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------|----|----|----|----|
| 00          |    | 4  |    |    |
| 01          |    | 5  | 13 |    |
| 11          | 3  |    | 15 | 11 |
| 10          | 2  |    |    | 10 |

特異最小項を決定

| 主項 \ 最小項       | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 4,5: $p$       |   |   | ◎ | ○ |    |    |    |    | ✓  |
| 5,13: $q$      |   |   |   | ○ |    |    | ○  |    |    |
| 11,15: $r$     |   |   |   |   |    | ○  |    | ○  |    |
| 13,15: $s$     |   |   |   |   |    |    | ○  | ○  |    |
| 2,3,10,11: $t$ | ◎ | ◎ |   |   | ◎  | ○  |    |    | ✓  |
| 選択             |   |   |   |   |    |    |    |    |    |

| $AB$ \ $CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------|----|----|----|----|
| 00          |    | 4  |    |    |
| 01          |    | 5  | 13 |    |
| 11          | 3  |    | 15 | 11 |
| 10          | 2  |    |    | 10 |

必須主項を決定

| 主項 \ 最小項       | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須 |
|----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 4,5: $p$       |   |   | ◎ | ○ |    |    |    |    | ✓  |
| 5,13: $q$      |   |   |   | ○ |    |    | ○  |    |    |
| 11,15: $r$     |   |   |   |   |    | ○  |    | ○  |    |
| 13,15: $s$     |   |   |   |   |    |    | ○  | ○  |    |
| 2,3,10,11: $t$ | ◎ | ◎ |   |   | ◎  | ○  |    |    | ✓  |
| 選択             | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓  | ✓  |    |    |    |

| $AB$ \ $CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------|----|----|----|----|
| 00          |    | 4  |    |    |
| 01          |    | 5  | 13 |    |
| 11          | 3  |    | 15 | 11 |
| 10          | 2  |    |    | 10 |

必須主項が包含する  
最小項を決定

| 主項 \ 最小項       | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 11 | 13 | 15 | 必須                    |
|----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|-----------------------|
| 4,5: $p$       |   |   | ◎ | ○ |    |    |    |    | ✓                     |
| 5,13: $q$      |   |   |   | ○ |    |    | ○  |    | } $q+r$<br>または<br>$s$ |
| 11,15: $r$     |   |   |   |   |    | ○  |    | ○  |                       |
| 13,15: $s$     |   |   |   |   |    |    | ○  | ○  |                       |
| 2,3,10,11: $t$ | ◎ | ◎ |   |   | ◎  | ○  |    |    | ✓                     |
| 選択             | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |                       |

| $AB \backslash CD$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 |    | 4  |    |    |
| 01                 |    | 5  | 13 |    |
| 11                 | 3  |    | 15 | 11 |
| 10                 | 2  |    |    | 10 |

残る最小項(13,15)を  
包含する主項を選択

$q$  と  $r$  または  $s$



$s$  を選ぶのが最小

# 例題：QM法による2段論理最小化

## ■ 例題

$$f = \overline{A}B\overline{C} + B\overline{C}D + ACD + \overline{A}\overline{B}C + \overline{B}C\overline{D}$$

最小積和形は

$$f = \overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C + ABD$$

# クワイン・マクラスキ法の特徴

## ■ 長所

- 数値化が簡単であり計算機処理に向く
- 多変数論理関数にも適用可能

## ■ 短所

- 手順が面倒 (特に主項の選択操作)
- 直感性で劣る

# 問題: QM法による最小化

- 次の真理値表の最小積和形を求めよ

| $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $f$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 0   | 1   | 1   |
| 0   | 0   | 1   | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 1   | 1   | 1   |
| 0   | 1   | 0   | 0   | 0   |
| 0   | 1   | 0   | 1   | 0   |
| 0   | 1   | 1   | 0   | 0   |
| 0   | 1   | 1   | 1   | 0   |

| $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $f$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| 1   | 0   | 0   | 1   | 1   |
| 1   | 0   | 1   | 0   | 1   |
| 1   | 0   | 1   | 1   | 0   |
| 1   | 1   | 0   | 0   | 0   |
| 1   | 1   | 0   | 1   | 1   |
| 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |
| 1   | 1   | 1   | 1   | 0   |