

# 論理回路

## 第3回 論理回路の簡略化

### — カルノー図

<http://www.info.kindai.ac.jp/LC>

E館3階E-331 内線5459

[takasi-i@info.kindai.ac.jp](mailto:takasi-i@info.kindai.ac.jp)

# 回路の設計・解析

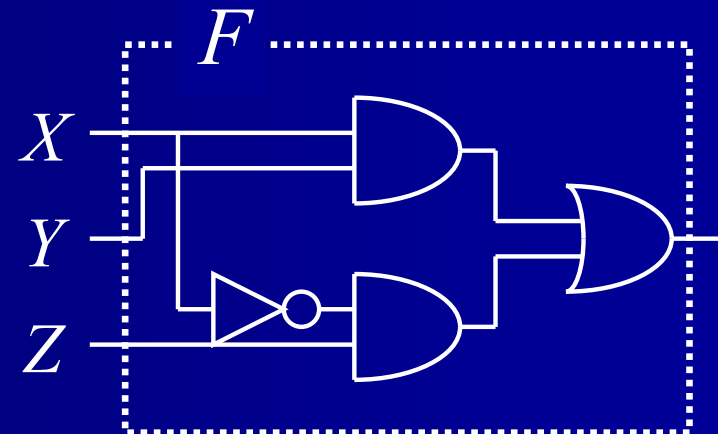
論理変数 → 論理演算 → 演算結果

入力信号  
(直流電圧) → 論理ゲート → 出力信号  
(直流電圧)

$$f(X, Y, Z) = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$$

解析

設計



# 回路の設計

## 1. 各論理演算を論理ゲートに変換

•  $\overline{X}$   $\rightarrow$   NOT ゲート

•  $X \cdot Y$   $\rightarrow$   AND ゲート

•  $X + Y$   $\rightarrow$   OR ゲート

## 2. 論理ゲートを配置

■ 入力側から出力側に向かって

➢ 演算順位の高いゲート  $\rightarrow$  低いゲート

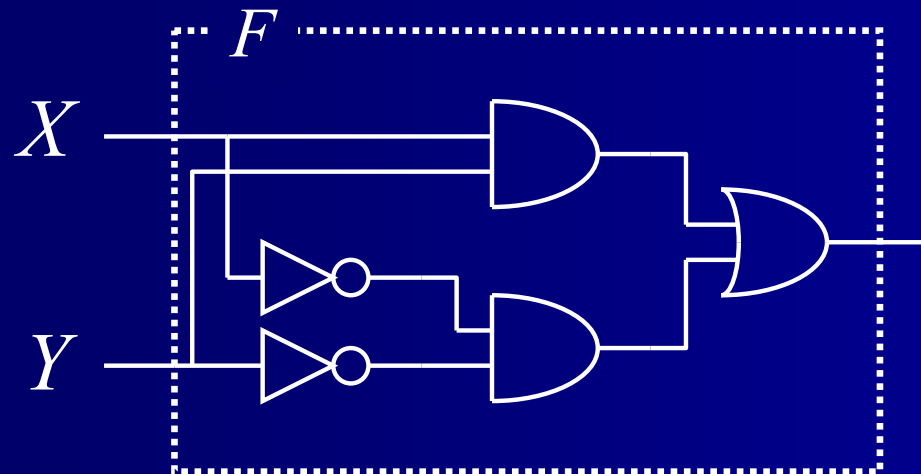
の順に配置・配線

# 回路の設計

## ■ 例題

$f(X, Y) = X \cdot Y + \overline{X} \cdot \overline{Y}$  を設計

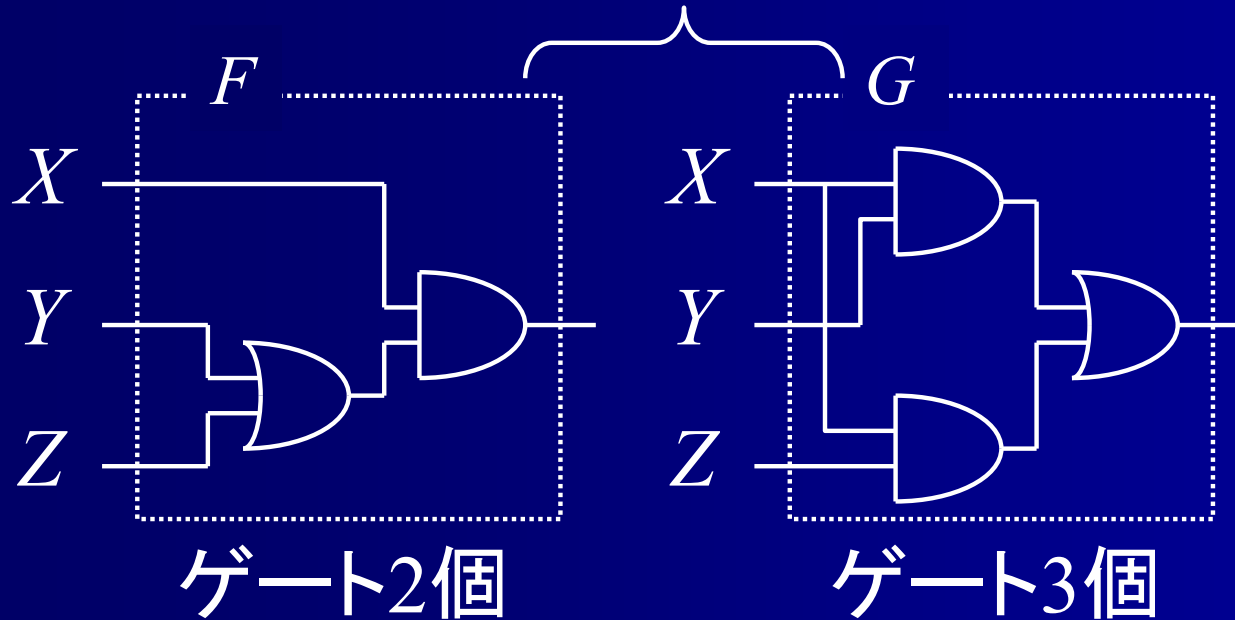
1.  $\overline{X}, \overline{Y}$   $\rightarrow$  NOTゲートに
2.  $X \cdot Y, \overline{X} \cdot \overline{Y}$   $\rightarrow$  ANDゲートに
3.  $X \cdot Y + \overline{X} \cdot \overline{Y}$   $\rightarrow$  ORゲートに



# 回路のゲート数

$$\left. \begin{aligned} f(X, Y, Z) &= X \cdot (Y + Z) \\ g(X, Y, Z) &= X \cdot Y + X \cdot Z \end{aligned} \right\} \text{等価な関数}$$

等価な回路



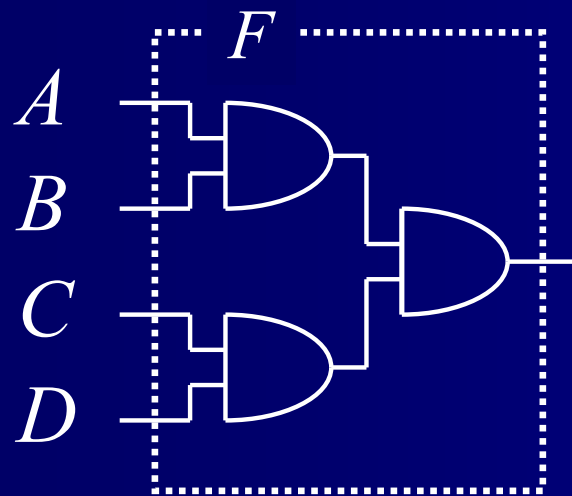
$G$  は1個余分にゲートが必要

# 回路の段数

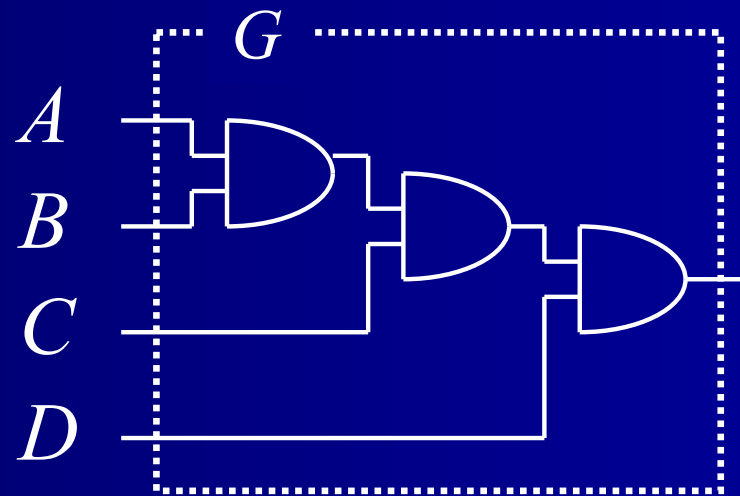
## ◆定義: 段数

– 入力から出力まで通ったゲートの数

$$\left. \begin{aligned} f(A, B, C, D) &= (A \cdot B) \cdot (C \cdot D) \\ g(A, B, C, D) &= ((A \cdot B) \cdot C) \cdot D \end{aligned} \right\} \text{等価な関数}$$



2段



3段

$G$  は1段余分にゲートを通っている

# 効率の良い回路

- 回路のゲート数が少ない
  - 回路を小型化できる
- 回路の段数が少ない
  - 回路の遅延を少なくできる

面積小

$$X \cdot (Y + Z)$$

面積大

$$X \cdot Y + X \cdot Z$$



遅延小

$$(A \cdot B) \cdot (C \cdot D)$$

遅延大

$$((A \cdot B) \cdot C) \cdot D$$



# 最適化

## ■ 空間最適化

- 論理ゲートの総数を最小にする

## ■ 時間最適化

- 論理ゲートの段数を最小にする

$$X \cdot Y + X \cdot Z$$

空間最適化

$$X \cdot (Y + Z)$$

$$((A \cdot B) \cdot C) \cdot D$$

時間最適化

$$(A \cdot B) \cdot (C \cdot D)$$

# カルノー図

- カルノー図:関数値を2次元格子図で表現
  - 論理関数を直感的に把握する表現法
  - 論理回路の最適化設計を直感的に行える

| $z \backslash x \ y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                    | 0   | 0   | 1   | 0   |
| 1                    | 1   | 1   | 1   | 0   |

# カルノー図

## ■ カルノー図のサイズ

- 2変数( $2^2$ 通り) :  $2^1 \times 2^1 = 2 \times 2$  : 縦2横2
- 3変数( $2^3$ 通り) :  $2^1 \times 2^2 = 2 \times 4$  : 縦2横4
- 4変数( $2^4$ 通り) :  $2^2 \times 2^2 = 4 \times 4$  : 縦4横4

| $Z \ W \backslash X \ Y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0 0                      | 0   | 1   | 0   | 0   |
| 0 1                      | 1   | 1   | 1   | 0   |
| 1 1                      | 0   | 0   | 1   | 1   |
| 1 0                      | 0   | 0   | 1   | 0   |

# カルノー図の例

例題:  $f(X, Y, Z) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + Y \cdot \overline{Z}$  を  
カルノー図で示せ

順番に注意！

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  | 1  | 0  |
| 1                 | 1  | 0  | 0  | 0  |

# カルノー図の座標ラベル

- 隣同士で1文字だけが異なるようにする
  - 2変数のラベル
    - 00, 01, 11, 10 (, 00)
  - 3変数のラベル
    - 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100 (, 000)
  - 4変数のラベル
    - 0000, 0001, 0011, 0010, 0110, 0111, 0101, 0100, 1100, 1101, 1111, 1110, 1010, 1011, 1001, 1000

# カルノー図の例題

- 例題: 次のカルノー図の論理関数を求めよ

| $Y \backslash X$ | 0 | 1 |
|------------------|---|---|
| 0                | 0 | 1 |
| 1                | 1 | 0 |

(0,1)(1,0)の  
マス目が1

$$f(X, Y) = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

# カルノー図による論理式の簡略化

- カルノー図の隣同士は1文字だけが異なる

| $Z \backslash X \ Y$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----------------------|----|----|----|----|
| 0                    | 1  | 1  |    |    |
| 1                    |    |    |    |    |

$Y$ は0でも1でも  
値は同じ

⇒  $Y$ は式から  
消してよい

$$\begin{aligned} & \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} \\ &= (\overline{Y} + Y) \cdot \overline{X} \cdot \overline{Z} \\ &= \overline{X} \cdot \overline{Z} \end{aligned}$$

この2マスは共に  
 $X=0, Z=0$

# カルノー図による論理式の簡略化

| $Z \backslash X \ Y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                    |     | 1   | 1   |     |
| 1                    |     | 1   | 1   |     |

$$\begin{aligned} & \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y \cdot Z \\ &= (\overline{X} + X) \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + (\overline{X} + X) \cdot Y \cdot Z \\ &= \overline{Y} \cdot \overline{Z} + Y \cdot Z \\ &= \overline{Y} \cdot (\overline{Z} + Z) \\ &= \overline{Y} \end{aligned}$$

この4マスは  
全て  $Y = 1$

# カルノー図による論理式の簡略化

| $Z \backslash X \ Y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                    | 1   |     |     | 1   |
| 1                    | 1   |     |     | 1   |

$$\begin{aligned}
 & \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + X \cdot \overline{Y} \cdot Z \\
 &= (\overline{X} + X) \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + (\overline{X} + X) \cdot \overline{Y} \cdot Z \\
 &= \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \overline{Y} \cdot Z \\
 &= \overline{Y} \cdot (\overline{Z} + Z) \\
 &= \overline{Y}
 \end{aligned}$$

カルノー図の上下左右は隣り合っている

# カルノー図による論理式の簡略化

| $ZW \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 | 1  |    |    | 1  |
| 01                 | 1  |    |    | 1  |
| 11                 |    |    | 1  |    |
| 10                 | 1  | 1  | 1  | 1  |

$$\overline{Z} \cdot \overline{W} + X \cdot Y \cdot Z + \overline{Y} \cdot \overline{Z}$$

$2^i \times 2^i$  の長方形内が全て1ならば簡略化可能

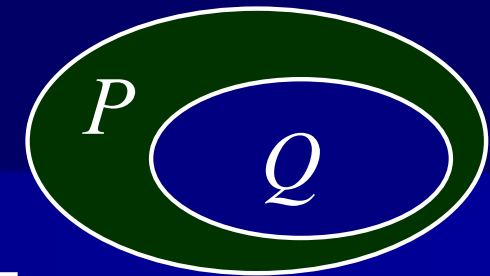
✓カルノー図の上下・左右は繋がっていることに注意

# 包含

## ◆ 定義：包含

- 論理積項  $Q$  の値を1にする入力  
⇒ 論理積項  $P$  の値を1にする入力

- 論理積項  $P$  は論理積項  $Q$  を包含する
- 論理積項  $Q$  は論理積項  $P$  に包含される



$$P \supseteq Q$$

例：  $f(X, Y, Z) : P = X, Q = X \cdot \overline{Y}$

$Q=1$  となるのは

$(X, Y, Z) = (1, 0, 1), (1, 0, 0)$

→  $(1, 0, 1), (1, 0, 0)$   
共に  $P=1$  となる

# 例題：包含

- 例題:  $f(X,Y,Z)$  において  $P \supseteq Q_i$  なのは？

$$P = X \cdot \bar{Z}$$

$$Q_0 = X \cdot Y \cdot \bar{Z} \quad (1,1,0) \quad P(1,1,0) = 1 \quad P \supseteq Q_0$$

$$Q_1 = X \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad (1,0,0) \quad P(1,0,0) = 1 \quad P \supseteq Q_1$$

$$Q_2 = X \cdot Y \cdot Z \quad (1,1,1) \quad P(1,1,1) = 0 \quad P \not\supseteq Q_2$$

$$Q_3 = \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad \begin{cases} (0,0,0) \\ (1,0,0) \end{cases} \quad \begin{matrix} P(0,0,0) = 0 \\ P(1,0,0) = 1 \end{matrix} \quad P \not\supseteq Q_3$$

# カルノー図と包含関係

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    | 1  | 1  |    |
| 1                 |    | 1  | 1  |    |

$$P = Y \quad Q = \overline{X} \cdot Y \quad R = \overline{X} \cdot Y \cdot Z$$

$$(0,1,0) \longleftarrow (0,1,0) \quad (0,1,1)$$

$$(0,1,1) \longleftarrow (0,1,1)$$

$$(1,1,0)$$

$$(1,1,1)$$

$$P \supseteq Q \supseteq R$$

# 主項

## ◆ 定義：主項

論理関数  $f$  を積和形で表現する

➤  $f = t_1 + t_2 + \dots + t_n$  ( $t_i : f$  の積項)

積項  $t_i$  が主項

$\Leftrightarrow t_i$  がそれ以外の積項  $t_j$  に**包含されない**

カルノー図で

**より大きな長方形に包含されない長方形**

# 主項

例 :  $f = X \cdot \overline{Z} + X \cdot Y + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$

主項

主項ではない

$$X \cdot \overline{Z} \supseteq X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$$

(1,0,0) ← (1,0,0)  
(1,1,0)

| $Z \backslash X \ Y$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                    |     |     | 1   | 1   |
| 1                    |     |     | 1   |     |

# 主項とカルノー図

| $ZW \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 | 1  | 1  |    |    |
| 01                 | 1  | 1  | 1  |    |
| 11                 |    | 1  | 1  |    |
| 10                 |    | 1  |    |    |

主項以外の項は  
不要

$$f = \overline{X}Z + \overline{X}YZ + XY + YW + XYW$$

↑ ↑ ↑ 主項

$$\overline{X}Z \supseteq \overline{X}YZ$$

$$YW \supseteq XYW$$

# 最小積和形

## ◆ 定義：最小積和形, 最簡積和形

- 主項だけで構成する積和形のうち項数が最小のもの

例：

$$f = \overline{X} \cdot \overline{Z} + Y \cdot Z$$
$$g = \overline{X} \cdot \overline{Z} + Y \cdot Z + \overline{X} \cdot Y$$

$\overline{X} \cdot \overline{Z}, Y \cdot Z, \overline{X} \cdot Y$  全て主項

$f$ : 最小積和形

$g$ : 最小積和形ではない

| $z \backslash xy$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  |    |    |
| 1                 |    | 1  | 1  |    |

# 必須主項と特異最小項

## ◆ 定義：必須主項と特異最小項

- 特異最小項: ただ1つの主項に包含される
- 必須主項: 特異最小項を包含する

| $Z \backslash \begin{matrix} X & Y \end{matrix}$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|--------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| 0                                                |     |     | 1   | 1   |
| 1                                                |     | 1   | 1   |     |

# 最小積和形の積項の条件

## ■ 最小積和形の積項の条件

- 主項以外の項は不要
- 必須主項は必要

例:  $\overline{X} \cdot \overline{Z} + \cancel{\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}} + \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \cancel{\overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z}} + \overline{X} \cdot Y$

↑  
主項

↑  
必須主項

| $z \backslash xy$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  |    |    |
| 1                 |    | 1  | 1  |    |

➤ 必須主項以外の主項は必要？ 不要？

# 最小積和形を求める手順

1. 標準積和形に変形
2. カルノー図を描く
3. 主項を求める
4. 特異最小項を探す
5. 必須主項を選択
6. 必須主項が包含しない最小項を包含する主項を選択(項数が最小になるように)
7. 5.と6.で選択した主項をORで結ぶ

# カルノー図による最小化

$$f = \overline{X}\overline{Y}\overline{Z}\overline{W} + X\overline{Y}\overline{Z}\overline{W} + \overline{X}\overline{Y}\overline{Z}W + X\overline{Y}\overline{Z}W + \overline{X}\overline{Y}ZW + X\overline{Y}ZW + \overline{X}YZ\overline{W} + XYZ\overline{W} + X\overline{Y}Z\overline{W}$$

主項を選択

$$\begin{aligned} f = & \overline{X}\overline{Y} \\ & + \overline{Y}W \\ & + YZ\overline{W} \\ & + XZ\overline{W} \\ & + \overline{X}Y\overline{W} \end{aligned}$$

| $\begin{array}{c} XY \\ \backslash \\ ZW \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------------------------------------------|----|----|----|----|
| 00                                                    |    | 1  |    | 1  |
| 01                                                    | 1  |    |    | 1  |
| 11                                                    | 1  |    |    | 1  |
| 10                                                    |    | 1  | 1  | 1  |

# カルノー図による最小化

$$f = X\bar{Y} + \bar{Y}W + YZ\bar{W} + XZ\bar{W} + \bar{X}Y\bar{W}$$

必須主項を選択

$$X\bar{Y} \quad \bar{Y}W \quad \bar{X}Y\bar{W}$$

$$f = X\bar{Y} + \bar{Y}W + \bar{X}Y\bar{W} + \text{他の主項}$$

| $\begin{array}{c} XY \\ \backslash \\ ZW \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------------------------------------------|----|----|----|----|
| 00                                                    |    | 1  |    | 1  |
| 01                                                    | 1  |    |    | 1  |
| 11                                                    | 1  |    |    | 1  |
| 10                                                    |    | 1  | 1  | 1  |

# カルノー図による最小化

$$f = X\bar{Y} + \bar{Y}W + \bar{X}Y\bar{W} + \text{他の主項}$$

必須主項が包含しない最小項を包含する

主項を選択(項数が最小になるように)

$XYZ\bar{W}$  を  
包含する主項

$YZ\bar{W}$      $XZ\bar{W}$

どちらもOK!

| $\begin{array}{c} XY \\ \swarrow \searrow \\ ZW \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------------------------------------------|----|----|----|----|
| 00                                                           |    | 1  |    | 1  |
| 01                                                           | 1  |    |    | 1  |
| 11                                                           | 1  |    |    | 1  |
| 10                                                           |    | 1  | 1  | 1  |

# カルノー図による最小化

$$f = \overline{X}Y\overline{Z}\overline{W} + X\overline{Y}\overline{Z}\overline{W} + \overline{X}\overline{Y}Z\overline{W} + X\overline{Y}Z\overline{W} + \overline{X}\overline{Y}ZW + X\overline{Y}ZW + \overline{X}YZ\overline{W} + XYZ\overline{W} + X\overline{Y}Z\overline{W}$$

最小積和形

$$f = X\overline{Y} + \overline{Y}W + \overline{X}Y\overline{W} + YZ\overline{W}$$

または

$$f = X\overline{Y} + \overline{Y}W + \overline{X}Y\overline{W} + XZ\overline{W}$$

| $\begin{array}{c} XY \\ \swarrow \searrow \\ ZW \end{array}$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------------------------------------------|----|----|----|----|
| 00                                                           |    | 1  |    | 1  |
| 01                                                           | 1  |    |    | 1  |
| 11                                                           | 1  |    |    | 1  |
| 10                                                           |    | 1  | 1  | 1  |

# 例題：カルノー図による最小化

- 例題  $f(A, B, C) = A \cdot B + B \cdot C + \overline{A} \cdot C$  の最小積和形

| $C \backslash AB$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    |    | 1  |    |
| 1                 | 1  | 1  | 1  |    |

$$f = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$$

# 例題：カルノー図による最小化

## ■ 例題

$$f = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + ABC + \overline{A}\overline{B}C$$

| $c \backslash AB$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  | 1  |    |
| 1                 | 1  |    | 1  | 1  |

| $c \backslash AB$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  | 1  |    |
| 1                 | 1  |    | 1  | 1  |

| $c \backslash AB$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 | 1  | 1  | 1  |    |
| 1                 | 1  |    | 1  | 1  |

$$f = \overline{C}\overline{A} + AB + \overline{B}C \quad \text{または} \quad f = \overline{A}\overline{B} + \overline{B}C + CA$$

# 出力を決めなくていい入力

- ある入力に対して出力を決める必要が無い場合がある

✓例: じゃんけんを2ビットで表現

➤00 = グー, 01 = チョキ, 10 = パー

入力11 は？

- そんな入力はありません
- そんな入力は禁止する
- そんな入力は無効である
- そんな入力は入力する奴が悪い！

# ドントケア

## ◆ 定義 : ドントケア

- $n$  変数論理関数において、 $n$  個の変数値の組に対する関数値が未定義
- $n$  入力論理回路において、 $n$  本の入力信号の組に対する出力信号が未定義

✓ ドントケアに対する出力は何でもOK!

- 0を出力
- エラーメッセージを出して停止
- 1を出力
- 計算機がフリーズ
- 再入力を促す
- 計算機が火を噴いて爆発する!

# ドントケアを含む論理関数

$$f_1(X,Y) = X + Y \quad f_2(X,Y) = X \oplus Y$$

| $X Y$ | $f(X,Y)$ |
|-------|----------|
| 0 0   | 0        |
| 0 1   | 1        |
| 1 0   | 1        |
| 1 1   | -        |

| $X Y$ | $f_1(X,Y)$ |
|-------|------------|
| 0 0   | 0          |
| 0 1   | 1          |
| 1 0   | 1          |
| 1 1   | 1          |

| $X Y$ | $f_2(X,Y)$ |
|-------|------------|
| 0 0   | 0          |
| 0 1   | 1          |
| 1 0   | 1          |
| 1 1   | 0          |

- : ドントケア

$f(1,1)$  が未定義なので、回路設計者は  
 $X + Y, X \oplus Y$  のどちらを作っても良い

# ドントケアを含む場合の最小化

- ドントケアは1,0のどちらにしても良い
  - 最小化に有効である場合は1と見做してよい

| $ZW \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|----|----|----|----|
| 00                 |    | 1  | 1  |    |
| 01                 | -  | -  | -  | 1  |
| 11                 |    | -  | -  | 1  |
| 10                 |    | 1  | 1  |    |

- ドントケア

$$f = \overline{Y}\overline{W} + X\overline{Y}W \quad f = Y + XW$$

# ドントケアを含む場合の最小化

| $ZW \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10           |
|--------------------|----|----|----|--------------|
| 00                 | 1  |    |    | <del>0</del> |
| 01                 | 1  | -  | 1  |              |
| 11                 | -  | -  | 1  |              |
| 10                 | -  |    | 1  |              |

$$f = \overline{X} \cdot \overline{Y} + Y \cdot W + X \cdot Y \cdot Z$$



# 6変数関数のカルノー図

■ 6変数関数  $f=(X,Y,Z,U,V,W)$  のカルノー図

| $V \backslash W$ |    | 0                  |    |    |    | 1  |                    |    |    |    |
|------------------|----|--------------------|----|----|----|----|--------------------|----|----|----|
|                  |    | $XY \backslash ZU$ | 00 | 01 | 11 | 10 | $XY \backslash ZU$ | 00 | 01 | 11 |
| 0                | 00 |                    |    | 1  |    |    |                    |    | 1  |    |
|                  | 01 |                    |    |    |    |    |                    |    |    |    |
|                  | 11 |                    |    |    |    |    |                    |    |    |    |
|                  | 10 | 1                  |    |    |    |    | 1                  |    |    |    |
| 1                | 00 |                    |    |    |    |    |                    |    | 1  |    |
|                  | 01 |                    |    |    |    |    |                    |    |    |    |
|                  | 11 |                    |    |    |    |    |                    |    |    |    |
|                  | 10 | 1                  |    |    |    |    | 1                  |    |    |    |

$$f = X\bar{Y}U\bar{V} + XY\bar{Z}\bar{U}\bar{W} + XY\bar{Z}\bar{U}V + \bar{X}\bar{Y}Z\bar{U}$$

# カルノー図の特徴

## ■ 長所

- 直感的で分かり易い
- 必要な主項の選択が容易

## ■ 短所

- 実用的に使えるのはせいぜい4変数  
(無理して6変数)まで

# Logisim

## 次回 Logisim を用いた実習を行う

### ■ Logisim

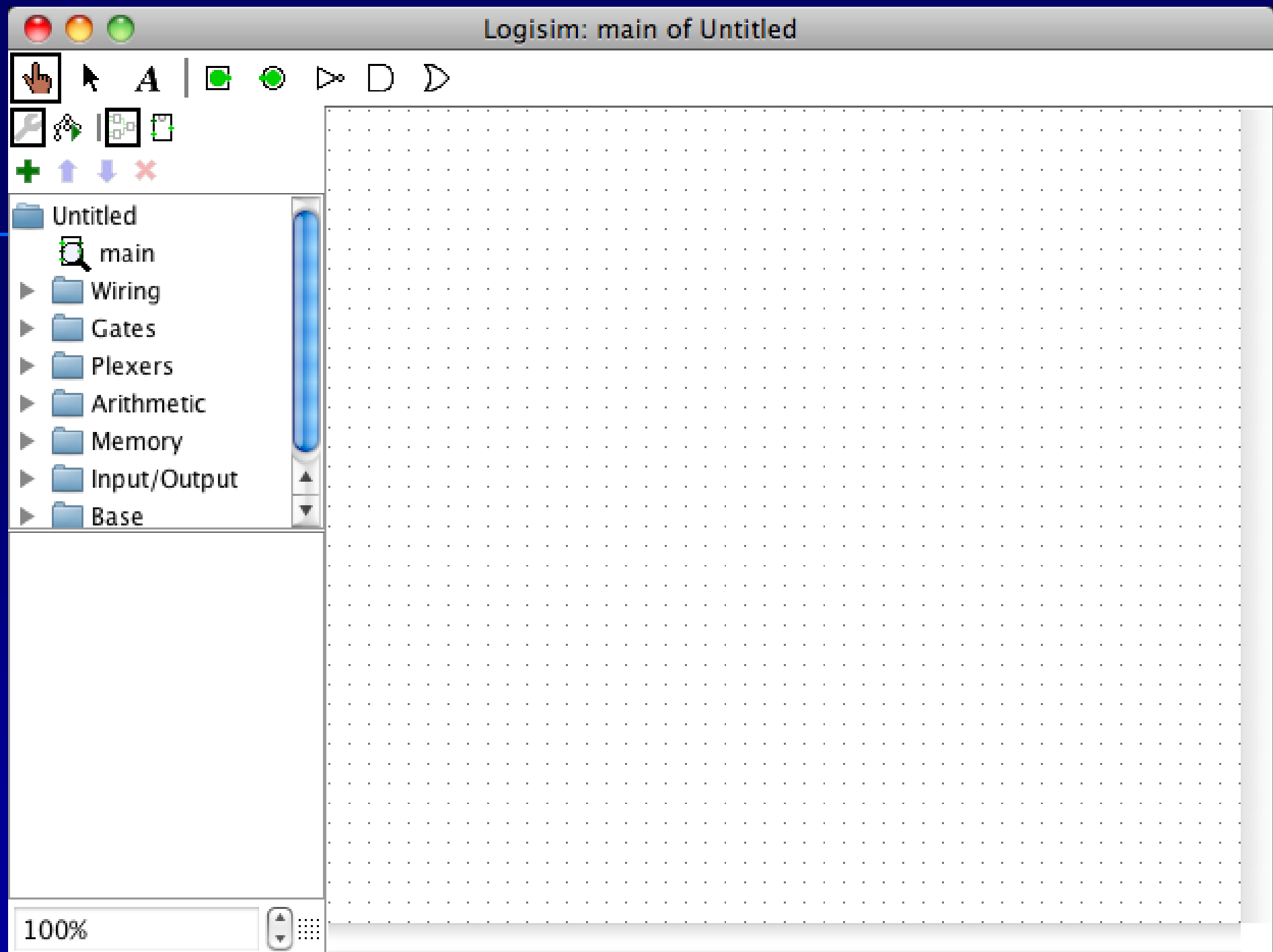
#### – 論理回路のシミュレータ

- 論理素子やモジュールを使用可能

- フリーソフト

#### – ホームページ

- <http://www.cburch.com/logisim/>



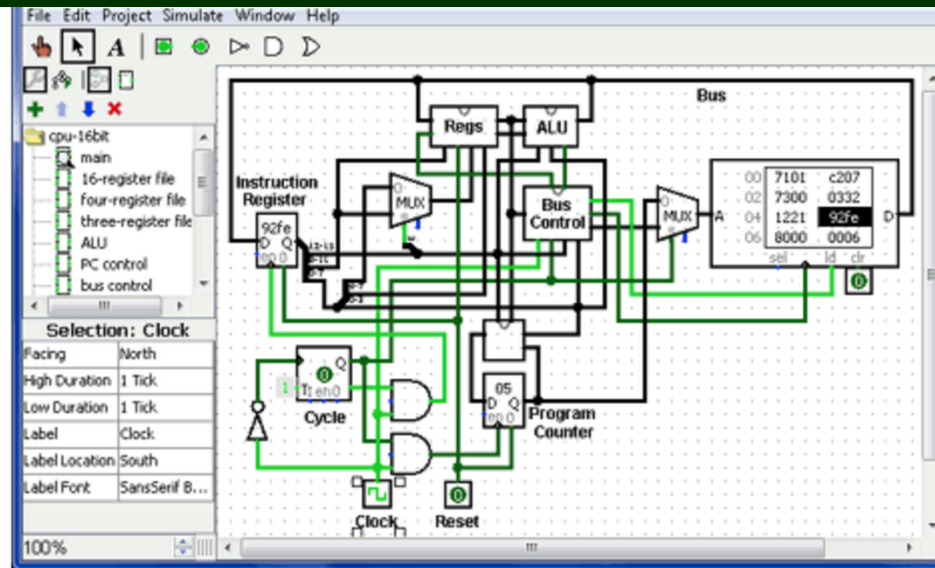
<http://www.cburch.com/logisim/index.html>

# Logisim

*a graphical tool for designing  
and simulating logic circuits*

**Download**  
**Documentation**  
**Release History**  
**Q & A**  
**Comments**  
**Links**

[**de**] Deutsch  
[**el**] Ελληνικά  
[**en**] English  
[**es**] español  
[**pt**] Português  
[**ru**] Русский



Screen shot of Logisim 2.7.0

**Note:** Further Logisim development is suspended indefinitely. [[More information](#)] (11 Oct 2014)

Logisim is an educational tool for designing and simulating digital logic circuits. With its simple toolbar interface and simulation of circuits as you build them, it is simple enough to facilitate learning the most basic concepts related to logic circuits. With the capacity to build larger circuits from smaller subcircuits, and to draw bundles of wires with a single mouse drag, Logisim can be used (and is used) to design and simulate entire CPUs for educational purposes.

Logisim is used by students at **colleges and universities around the world** in many types of classes, ranging from a brief unit on logic in general-education computer science surveys, to computer organization courses, to full-semester courses on computer architecture.

[Download Logisim!](#)

## Features

- It is free! (Logisim is open-source ([GPL](#)).)
- It runs on *any* machine supporting Java 5 or later; special versions are released for MacOS X and Windows. The cross-platform nature is important for students who have a variety of home/dorm computer systems.
- The drawing interface is based on an intuitive toolbar. Color-coded wires aid in simulating and debugging a

# Logisimのインストール

- ノートPCに Logisim をインストール
  - 論理回路のページにインストール方法を記載

<http://www.info.kindai.ac.jp/LC/Logisim>

# ◆論理回路◆

このページは2022年度の「論理回路」の公式ホームページです。ここに講義録、課題、レポートの提出方法他の情報を掲載します。

## 連絡

<https://www.info.kindai.ac.jp/LC/>

### • Logisim実習について

第4回(4/28)は [Logisim](#) を用いたシミュレーション実習を行います。 [こちらのページ](#)を見て各自ノートPCに Logisim をインストールしておいてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(4/1)

- [Logisim ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctrl6.circ](#), [Ctrl10.circ](#), [CtrlX.circ](#)

(注意) OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、[こちらのページ](#)を見て Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(上記の Logisim 用のファイルとは異なりますので注意してください) (4/1)

- [Logisim-evolution ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctrl6.circ](#), [Ctrl10.circ](#), [CtrlX.circ](#)

### • 出席について

単位取得には原則として全ての授業に出席する必要があります。やむを得ず欠席する場合はその翌週までに必ず欠席届を出してください。欠席届無しの欠席が複数回ある場合は履修の意思無しと見做して不受扱いにします。

オンライン授業では、当日 [GoogleClassroom](#) から出席カードが提出がされていれば出席扱いにします。

### • 課題について

http://www.info.kindai.ac.jp/LC/Logisim/install.html

論理回路

# 1. logisim-macosx-2.7.1.tar.gz を /Users/info/Downloads にダウンロード

Mac への Logisim のは以下の手順で行います。

(注意) OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、[こちらのページ](#)を見て Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。

1. [logisim-macosx-2.7.1.tar.gz](#) をダウンロードする。(最新版は [https://ja.osdn.net/projects/sfnet\\_circuit/](https://ja.osdn.net/projects/sfnet_circuit/) にあります)

Logisim

最終更新: 2013-04-29 18:59

概要 ▾ ダウンロード

プロジェクトの説明

Logisimは、デジタル論理回路の設計とシミュレーションのための教育用ツールであり、インターフェース、階層回路、ワイヤバンドル、大規模なコンポーネントライブラリを簡単に学ぶことができます。Javaアプリケーションとして、多くのプラットフォーム上で実行することができます。

インストール

Hello, My name is Zhavat, Installation of Logisim is straight forward by just double clicking on it! Have a nice work!

ダウンロード

最新ダウンロードファイル

- logisim-fragile-2.7.2.255.jar (日付: 2011-05-20, サイズ: 6.63 MB)
- logisim-fragile-2.7.2.251.jar (日付: 2011-04-07, サイズ: 6.62 MB)
- logisim-fragile-2.7.2.249.jar (日付: 2011-04-01, サイズ: 6.62 MB)
- logisim-generic-2.7.1.jar (日付: 2011-03-23, サイズ: 6.61 MB)
- logisim-macosx-2.7.1.tar.gz (日付: 2011-03-22, サイズ: 6.10 MB)**

ダウンロードファイル一覧

https://ja.osdn.net/projects/sfnet\_circuit/

ダウンロード

OSDN > ソフトウェアを探す > 外部サイト > SourceForge.net > Logisim > 概要

# Logisim

最終更新: 2013-04-29 18:59

概要 ▾ ダウンロード

## プロジェクトの説明

レビューする

RSS

使い方を書く

OFIについて

原文を表示する

Logisimは、デジタル論理回路の設計とシミュレーションのための教育用ツールであり、インターフェース、階層回路、ワイヤバンドル、大規模なコンポーネントライブラリを簡単に学ぶことができます。Javaアプリケーションとして、多くのプラットフォーム上で実行することができます。

## インストール

Hello, My name is Zhavat, Installation of Logisim is straight forward by just double clicking on it! Have a nice work!

インストール方法を見る

## ダウンロード

### 最新ダウンロードファイル

[logisim-fragile-2.7.2.255.jar](#) (日付: 2011-05-20, サイズ: 6.63 MB)  
[logisim-fragile-2.7.2.251.jar](#) (日付: 2011-04-07, サイズ: 6.62 MB)  
[logisim-fragile-2.7.2.249.jar](#) (日付: 2011-04-01, サイズ: 6.62 MB)  
[logisim-generic-2.7.1.jar](#) (日付: 2011-03-22, サイズ: 6.01 MB)  
[logisim-macosx-2.7.1.tar.gz](#) (日付: 2011-03-22, サイズ: 6.10 MB)

最新版はここ

日本語の翻訳状況 translated 100%

カテゴリ: ソフトウェア

検索

## プロジェクト情報

このページで紹介され、またダウンロードサービスも提供しているオープンソースプロジェクトは、他のオープンソース開発サイトで開発が進められているプロジェクトです。OFIと呼ばれる機能で連動しており、OSDNのサイト上では開発されていません。

SourceForge.netのページへ

## 最終更新

2013-04-29 18:59

## 登録日

2005-07-07

## ソフトウェアマップ

### 開発状況

5 - プロダクション/安定

### 対象ユーザ

教育

### ライセンス

GNU General Public License v2 (GPLv2)

### 主要対話語

英語, ドイツ語, ギリシア語, ポルトガル語, ロシア語, スペイン語

### オペレーティングシステム

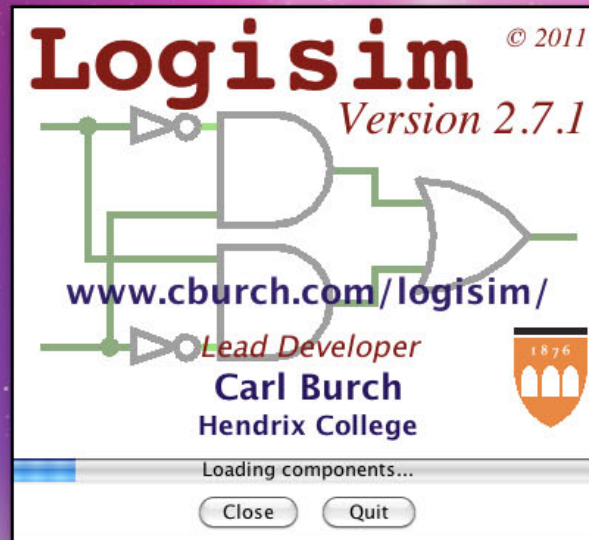
OS非依存

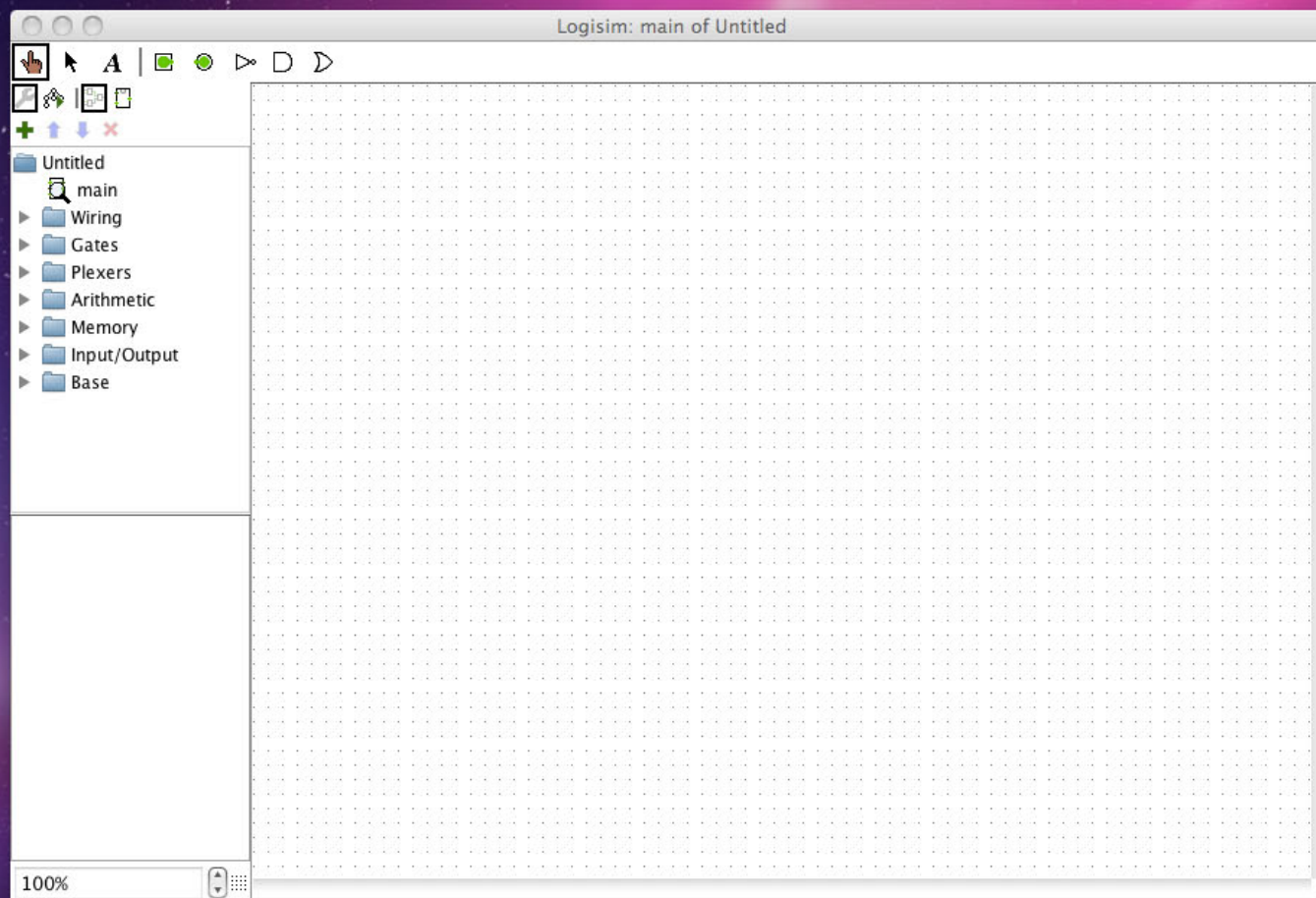
## 2. logisim-macosx-2.7.1.tar をクリック



### 3. Logisim.app をクリック







# エラーが出る場合



# http://www.info.kindai.ac.jp/LC/Logisim/install.html

OS のバージョンによっては、Logisim.app をクリックすると 「“Logisim.app”を開くには、以前の Java SE 6 ランタイムをインストールする必要があります。」 というメッセージが出る場合があります。その場合は、[こちら](#) から Java for OS X 2017-001 をダウンロードしてインストールしてください。



OS のバージョンが 10.15.4 Catalina 以降では上記の Java for OS X 2017-001 は下図のエラーが出てインストールできないようです。10.15.4 Catalina 以降を使っている人は、[こちら](#) をダウンロードし、Control キーを押しながら「開く」でインストールしてください。



ダウンロード後  
control キーを押しながら  
「開く」でインストール

# エラーが出る場合



# 実習用ファイル

- 第4回実習開始時まで以下の10個のファイルをダウンロードしておくこと
  - gate1.circ, gate2.circ, gate3.circ,  
gate4.circ, gate5.circ, gate6.circ,  
MP2.circ, FA.circ, FA4.circ, FAS4.circ

# https://www.info.kindai.ac.jp/LC/

このページは2022年度の「論理回路」の公式ホームページです。ここに講義録、課題、レポートの提出方法他の情報を掲載します。

## 連絡

### • Logisim実習について

第4回(4/28)は [Logisim](#) を用いたシミュレーション実習を行います。 [こちらのページ](#)を見て 各自ノートPCに Logisim をインストールしておいてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(4/1)

- [Logisim ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

(注意) OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、 [こちらのページ](#)を見て Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(上記の Logisim 用のファイルとは異なりますので注意してください) (4/1)

- [Logisim-evolution ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

### • 出席について

単位取得には原則として全ての授業に出席する必要があります。やむを得ず欠席する場合はその翌週までに必ず欠席届を出してください。欠席届無しの欠席が複数回ある場合は履修の意思無しと見做して不受扱いにします。

オンライン授業では、当日 [GoogleClassroom](#) から出席カードが提出がされていれば出席扱いにします。

### • 課題について

# OS が 11.2.3 以降の場合



# Logisim-evolution

- Logisim-evolution
  - Logisim のフォーク版  
(Logisim をベースに開発されたソフトウェア)

# https://github.com/reds-heig/logisim-evolution



Product ▾ Team Enterprise Explore ▾ Marketplace Pricing ▾

Search

Sign in

Sign up

logisim-evolution / logisim-evolution Public

Notifications

Fork 328

Star 2.2k

<> Code

Issues 113

Pull requests 7

Discussions

Actions

Wiki

Security

...

master ▾

4 branches

33 tags

Go to file

Code ▾

## About

Digital logic design tool and simulator

education simulator fpga vhdl  
logic circuits verilog circuit  
digital-logic logisim digital-circuit  
digital-circuits timing-diagram  
digital-logic-design logisim-evolution

Readme

GPL-3.0 License

2.2k stars

53 watching

328 forks

## Releases 28

Version 3.7.2 Latest  
on 9 Nov 2021

|                                                                                     |                                 |                                                 |               |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|---------------|
|    | BFH-ktt1 Merge pull request ... | 49398db on 25 Nov 2021                          | 3,729 commits |
|    | .github                         | Disable SonarQube analysis for pull requests    | 4 months ago  |
|    | artwork                         | Corrected artwork related docs                  | 6 months ago  |
|    | boards_model                    | Add the Digilent Spartan3 Starter Board         | 10 months ago |
|   | docs                            | MD lint fixes                                   | 6 months ago  |
|  | gradle/wrapper                  | Upgrade gradle to version 7.0.2                 | 10 months ago |
|  | src                             | Redo of #1282 (by legion-null) into develop ... | 5 months ago  |
|  | support                         | Updated icons used by jpackage                  | 7 months ago  |
|  | .gitattributes                  | Flagged SVG as binary files                     | 9 months ago  |
|  | .gitignore                      | Updated gitignore                               | 6 months ago  |
|  | .markdownlint.yaml              | Excluded KBD from MD lint                       | 7 months ago  |
|  | .pre-commit-config...           | Updated default pre-commit config               | 6 months ago  |

# https://www.info.kindai.ac.jp/LC/

このページは2022年度の「論理回路」の公式ホームページです。ここに講義録、課題、レポートの提出方法他の情報を掲載します。

## 連絡

### • Logisim実習について

第4回(4/28)は [Logisim](#) を用いたシミュレーション実習を行います。 [こちらのページ](#)を見て 各自ノートPCに Logisim をインストールしておいてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(4/1)

- [Logisim ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

(注意) OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、[こちらのページ](#)を見て Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(上記のLogisim 用のファイルとは異なりますので注意してください) (4/1)

- [Logisim-evolution ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

### • 出席について

単位取得には原則として全ての授業に出席する必要があります。やむを得ず欠席する場合はその翌週までに必ず欠席届を出してください。欠席届無しの欠席が複数回ある場合は履修の意思無しと見做して不受扱いにします。

オンライン授業では、当日 [GoogleClassroom](#) から出席カードが提出がされていれば出席扱いにします。

### • 課題について

- [Mac への Logisim-evolution 3.4.1 のインストール](#)

## Mac への Logisim-evolution 3.4.1 のインストール

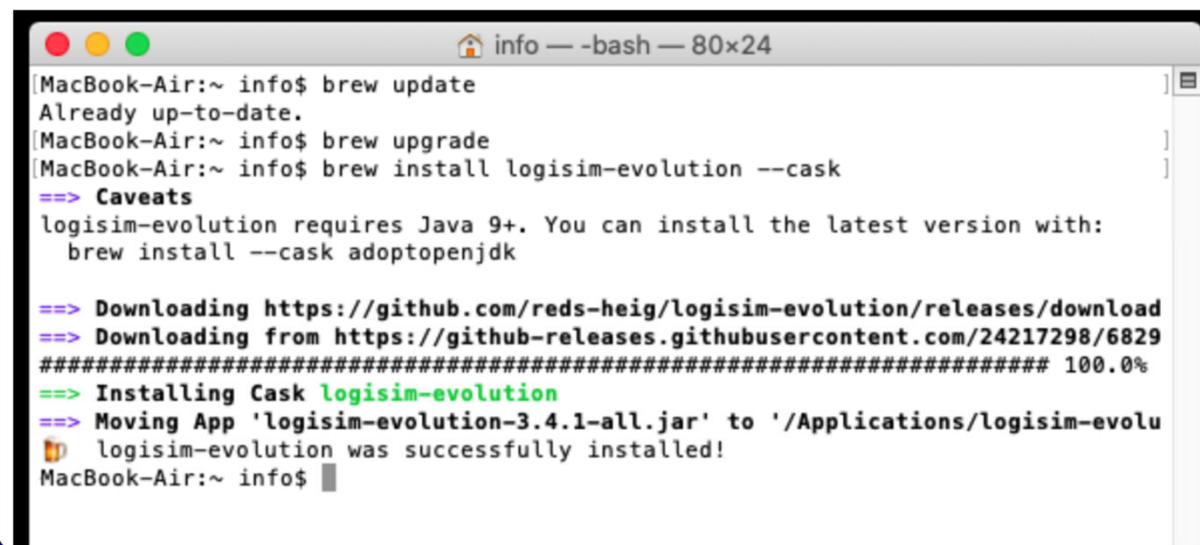
OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。

Logisim-evolution は Homebrew を使ってインストールできます。Homebrew は基礎ゼミ1でインストールしているはずですが、Mac を買い替える等して Homebrew がインストールされていない場合は、以下のコマンドで Homebrew をインストールしてください。

```
$ /bin/bash -c "$(curl -fsSL https://raw.githubusercontent.com/Homebrew/install/master/install.sh)"
```

Homebrew がインストールされていれば、以下のコマンドで Logisim-evolution をインストールできます。

```
$ brew update
$ brew upgrade
$ brew install logisim-evolution --cask
```



```
info — -bash — 80x24
[MacBook-Air:~ info$ brew update
Already up-to-date.
[MacBook-Air:~ info$ brew upgrade
[MacBook-Air:~ info$ brew install logisim-evolution --cask
==> Caveats
logisim-evolution requires Java 9+. You can install the latest version with:
  brew install --cask adoptopenjdk

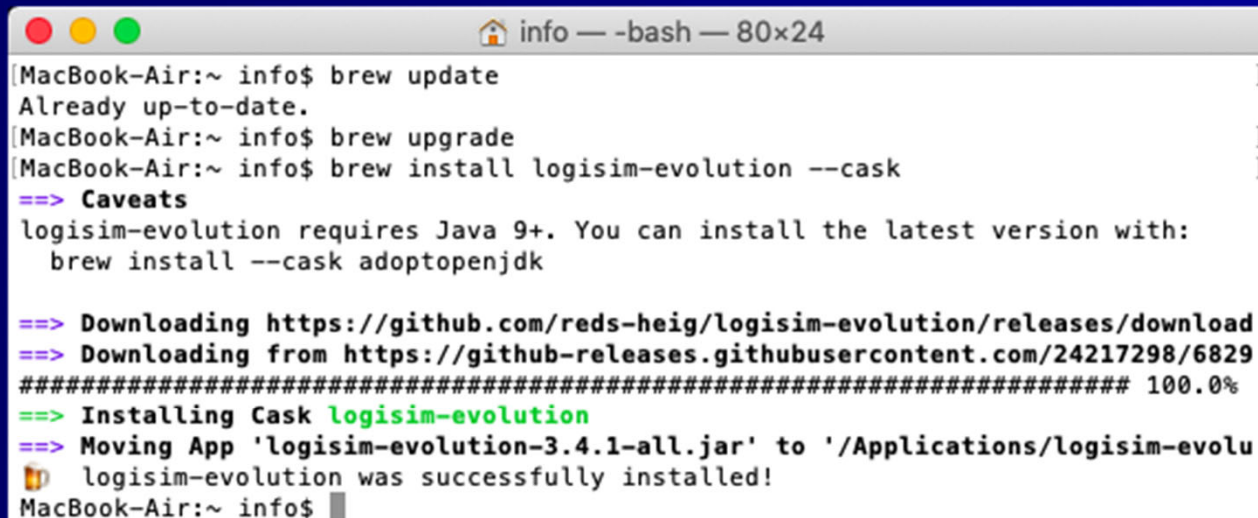
==> Downloading https://github.com/reds-heig/logisim-evolution/releases/download
==> Downloading from https://github-releases.githubusercontent.com/24217298/6829
##### 100.0%
==> Installing Cask logisim-evolution
==> Moving App 'logisim-evolution-3.4.1-all.jar' to '/Applications/logisim-evolu
logisim-evolution was successfully installed!
MacBook-Air:~ info$
```

# ターミナル上で

\$ brew update

\$ brew upgrade

\$ brew install logisim-evolution --cask



```
MacBook-Air:~ info$ brew update
Already up-to-date.
MacBook-Air:~ info$ brew upgrade
MacBook-Air:~ info$ brew install logisim-evolution --cask
==> Caveats
logisim-evolution requires Java 9+. You can install the latest version with:
  brew install --cask adoptopenjdk

==> Downloading https://github.com/reds-heig/logisim-evolution/releases/download
==> Downloading from https://github-releases.githubusercontent.com/24217298/6829
##### 100.0%
==> Installing Cask logisim-evolution
==> Moving App 'logisim-evolution-3.4.1-all.jar' to '/Applications/logisim-evolu
📦 logisim-evolution was successfully installed!
MacBook-Air:~ info$
```

アプリケーション



App Store



Atom



Automator



Eclipse\_2020-03



FaceTime



Firefox



Font Book



GarageBand



Google Chrome



iMovie



Keynote



Launchpad



Logisim



logisim-evolution.jar



Microsoft Excel



Microsoft OneNote



Microsoft Outlook



Microsoft...werPoint



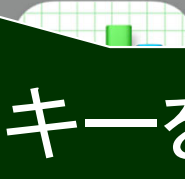
Microsoft Word



Mission Control



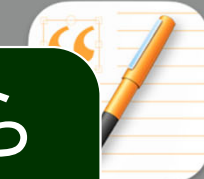
N



N



P



Pages



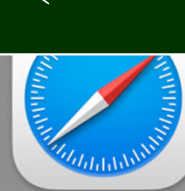
Photo Booth



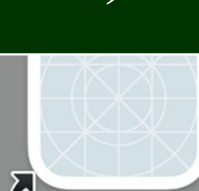
Podcast



QuickTime Player



Safari



Scratch 3



Siri

control キーを押しながら  
クリック (初回のみ)



**“logisim-evolution.jar”の開発元を  
検証できません。開いてもよろしいで  
すか？**

このアプリケーションを開くことによって、シ  
ステムのセキュリティが無効になり、コンピュ  
ータと個人情報がマルウェアにさらされる場合  
があります。その結果、マルウェアによって、  
Macやプライバシーに損害を受ける可能性があ  
ります。

このファイルは“Homebrew Cask”により昨  
日の21:28に**github.com**からダウンロードさ  
れました。

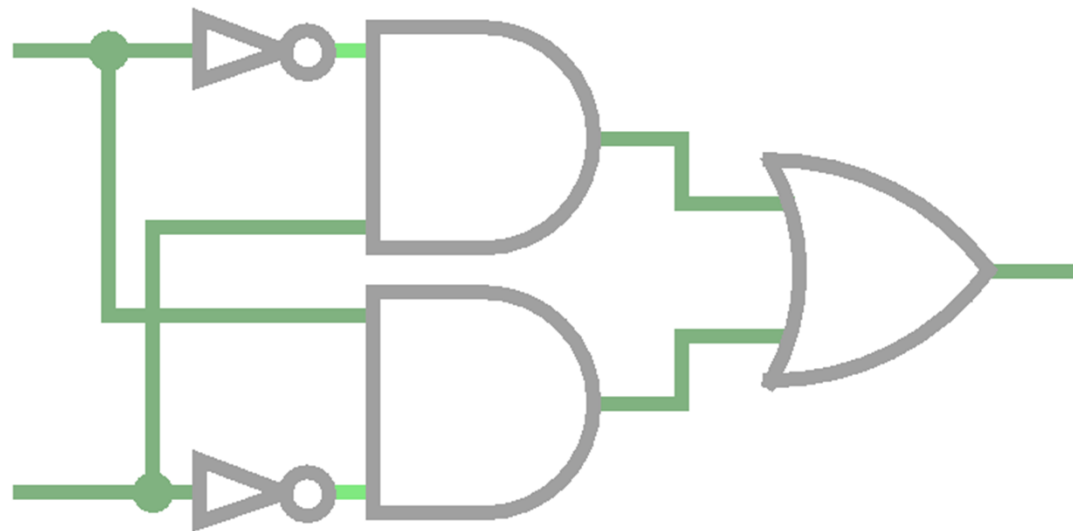
開く

キャンセル

# Logisim-evolution

© 2020  
HES-SO

*Version 3.4.1*



*Fork from original project*

Creating file...

Close

Quit

Design Simulate



- Untitl...
- main
  - Wiring
  - Gates
  - Plexers
  - Arithmetic
  - Memory
  - Input/Output
  - TTL
  - TCL
  - BFH mega functions
  - Input/Output-Extra
  - System On Chip components

Properties State

Zoom and grid control:

100%

Auto

100%



が出る場合は

ターミナル上で

```
$ java -jar /Applications/logisim-evolution.jar &
```

# https://www.info.kindai.ac.jp/LC/

このページは2022年度の「論理回路」の公式ホームページです。ここに講義録、課題、レポートの提出方法他の情報を掲載します。

## 連絡

### • Logisim実習について

第4回(4/28)は [Logisim](#) を用いたシミュレーション実習を行います。 [こちらのページ](#)を見て 各自ノートPCに Logisim をインストールしておいてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(4/1)

- [Logisim ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

(注意) OS のバージョンが 11.2.3 Big Sur 以降では Logisim を使えません。その場合は、 [こちらのページ](#)を見て Logisim の代わりに Logisim-evolution をインストールしてください。また、以下のファイルをダウンロードしておいてください。(上記の Logisim 用のファイルとは異なりますので注意してください) (4/1)

- [Logisim-evolution ファイル一式](#) (下記の \*.circ ファイルをまとめたものです)
- (第4回講義用) : [gate1.circ](#), [gate2.circ](#), [gate3.circ](#), [gate4.circ](#), [gate5.circ](#), [gate6.circ](#), [MP2.circ](#), [FA.circ](#), [FA4.circ](#), [FAS4.circ](#)
- (第11回講義用) : [FF.circ](#), [BR.circ](#), [Sft.circ](#), [Reg.circ](#), [SftReg.circ](#), [Ctr16.circ](#), [Ctr10.circ](#), [CtrX.circ](#)

### • 出席について

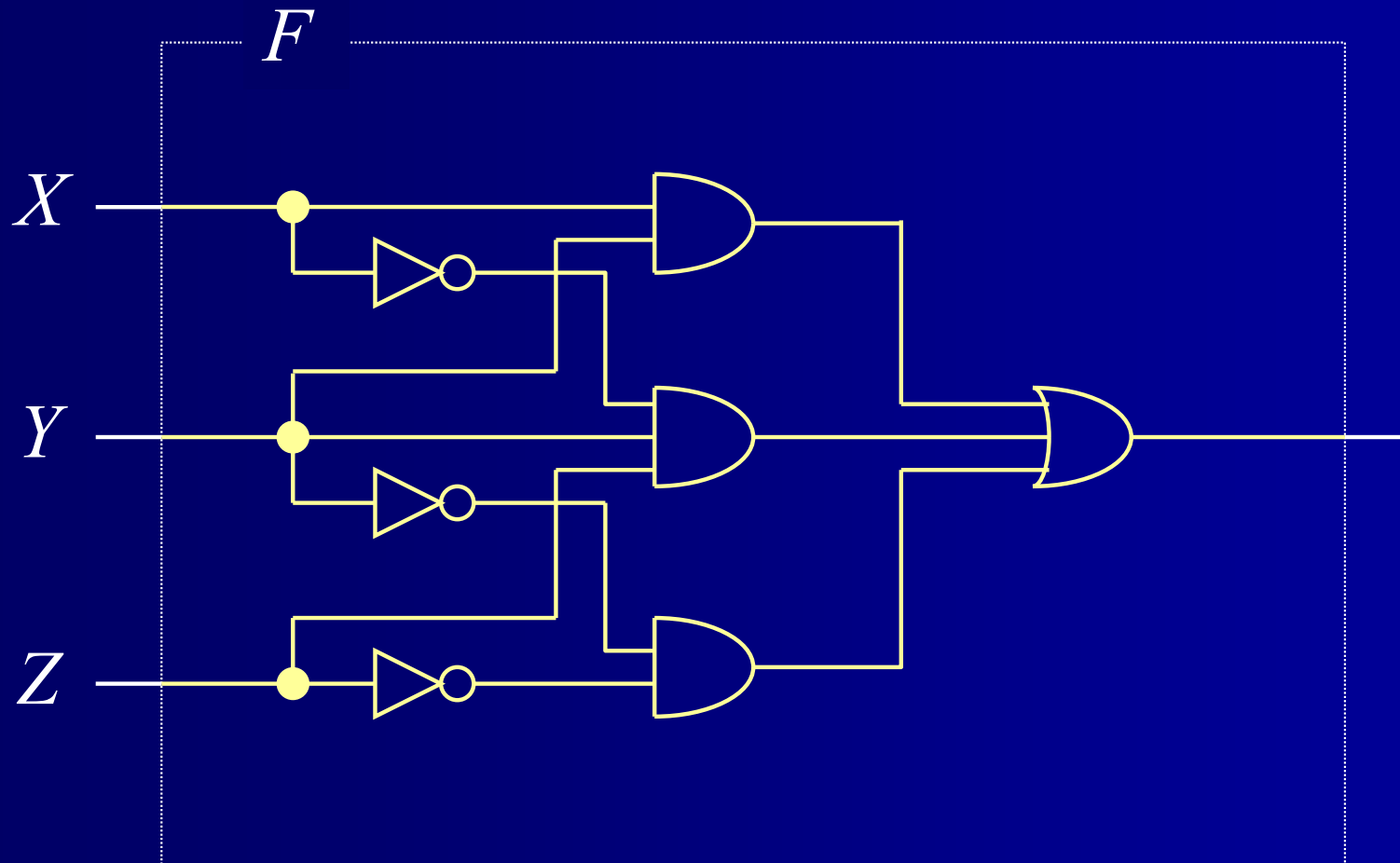
単位取得には原則として全ての授業に出席する必要があります。やむを得ず欠席する場合はその翌週までに必ず欠席届を出してください。欠席届無しの欠席が複数回ある場合は履修の意思無しと見做して不受扱いにします。

オンライン授業では、当日 [GoogleClassroom](#) から出席カードが提出がされていれば出席扱いにします。

### • 課題について

# 演習問題：回路の設計

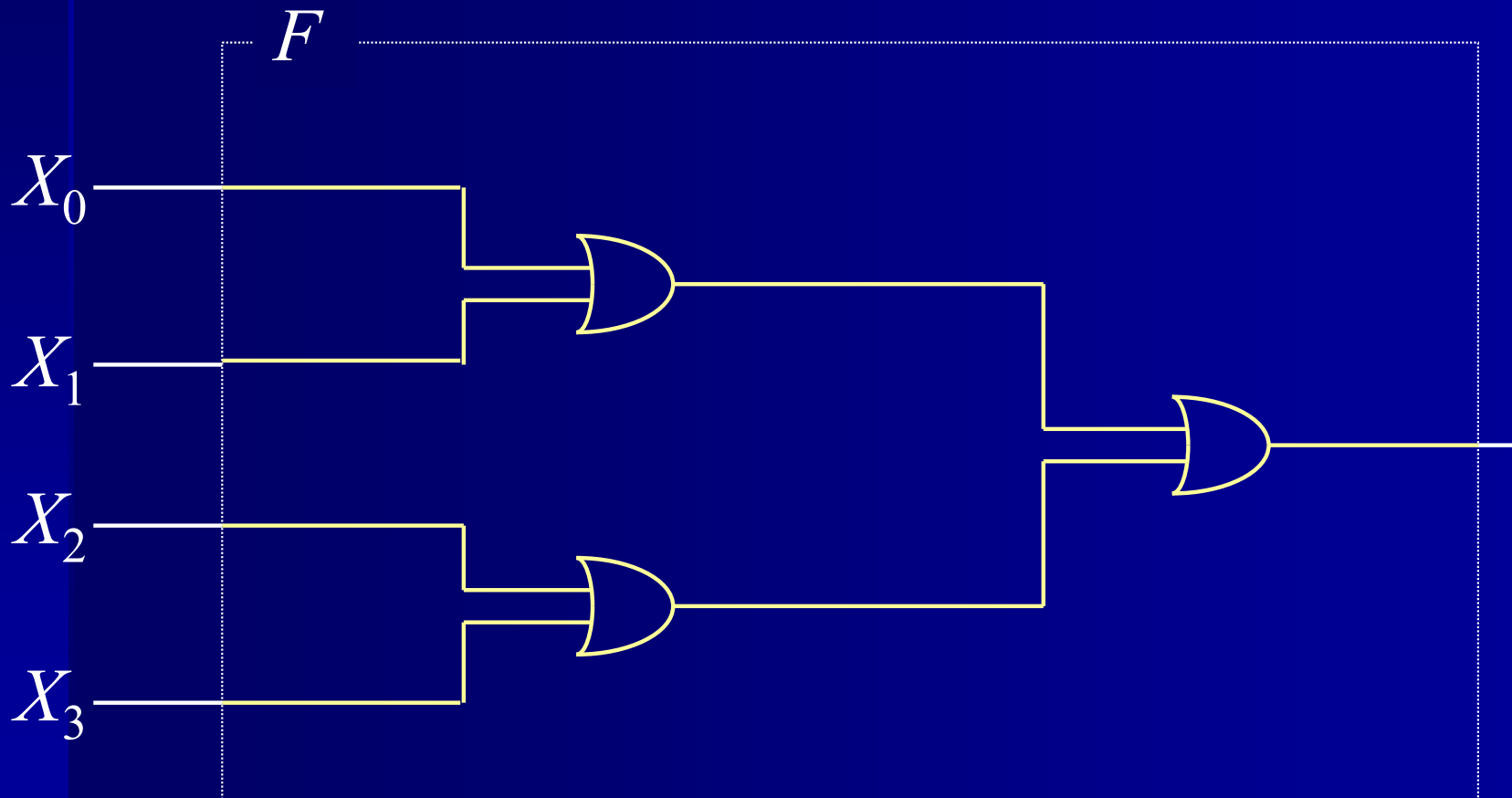
$f(X, Y, Z) = X \cdot Y + \bar{Y} \cdot \bar{Z} + \bar{X} \cdot Y \cdot Z$ を設計せよ  
(3入力ANDゲート, 3入力ORゲートを使って良い)



# 演習問題：回路の最適化

- 下式を時間最適化せよ (2入力ORゲートを使うこと)

$$f(X_0, X_1, X_2, X_3) = X_0 + X_1 + X_2 + X_3$$



# 演習問題：カルノー図による簡略化

- 次のカルノー図で表される論理関数を書け

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    |    |    |    |
| 1                 | 1  | 1  | 1  | 1  |

$Z=1$

$$f(X,Y,Z) = Z$$

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    | 1  | 1  |    |
| 1                 | 1  |    |    | 1  |

$Y=1, Z=0$

$Y=0, Z=1$

$$f(X,Y,Z) = \overline{Y} \cdot Z + Y \cdot \overline{Z}$$

# 演習問題：主項

- 下記の論理式の項の中で主項はどれか  
また必須主項はどれか

$$f(X, Y, Z) = \overline{X} \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot Z + Y \cdot Z \\ + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + X \cdot Y + X \cdot \overline{Z}$$

| $XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|------|----|----|----|----|
| $Z$  |    |    |    |    |
| 0    |    |    | 1  | 1  |
| 1    | 1  | 1  | 1  |    |

主項  $\overline{X} \cdot Z, Y \cdot Z, X \cdot Y, X \cdot \overline{Z}$

必須主項  $\overline{X} \cdot Z, X \cdot \overline{Z}$

# 演習問題：カルノー図による最小化

- $f(X,Y,Z)$  の最小積和形を求めよ

$$f = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} + X \cdot Y \cdot \overline{Z}$$

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    | 1  | 1  |    |
| 1                 | 1  | 1  |    |    |

- $f = \overline{X} \cdot Z + Y \cdot \overline{Z}$

# 演習問題：カルノー図による最小化

- $f(X,Y,Z)$  の最小積和形を求めよ

$$f = \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + X \cdot Y \cdot Z$$

ただし、 $(0,1,1), (1,1,0)$  は dont care

| $Z \backslash XY$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------------------|----|----|----|----|
| 0                 |    | 1  | -  | 1  |
| 1                 |    | -  | 1  |    |

- $f = Y + X \cdot \overline{Z}$