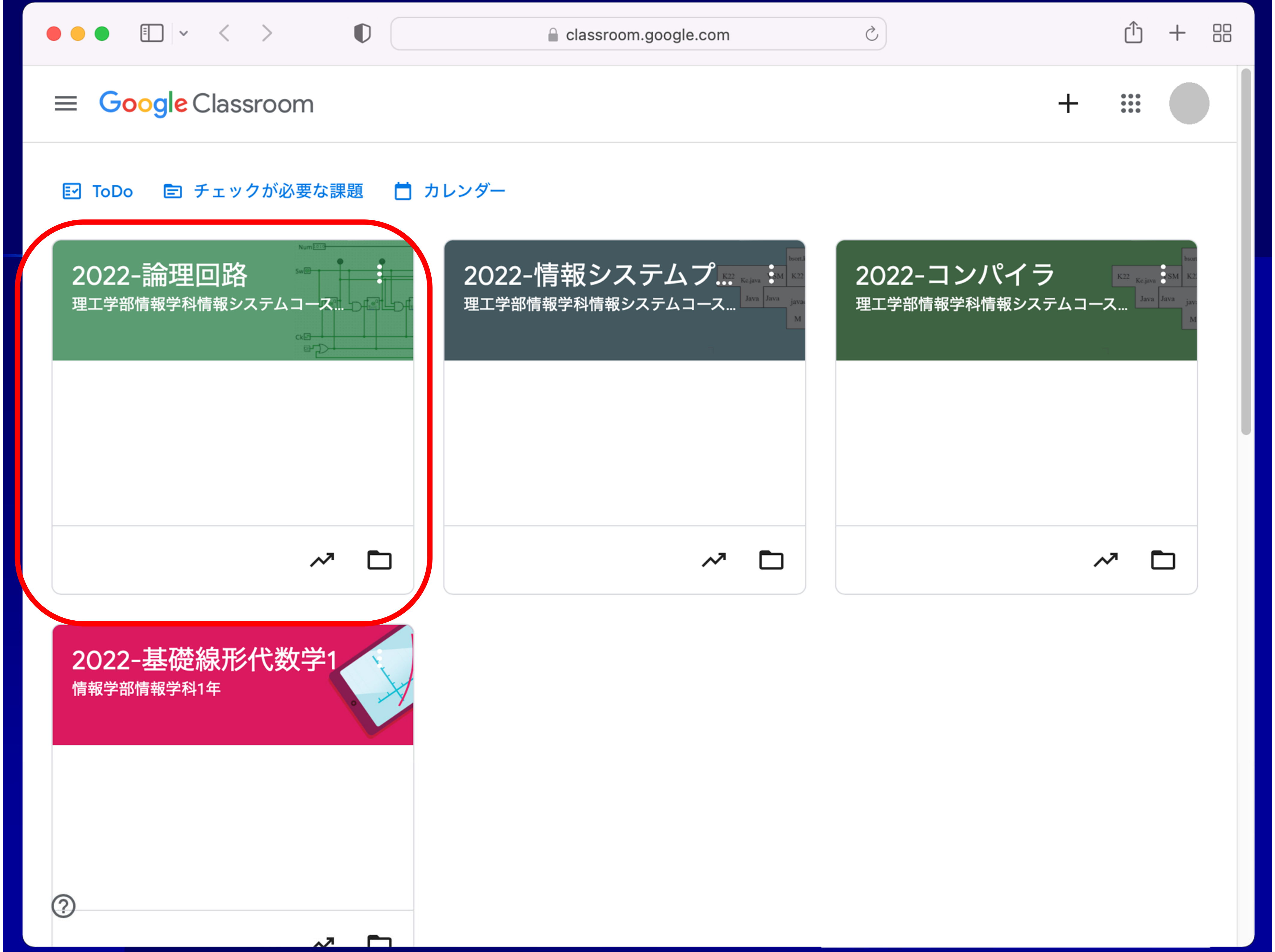
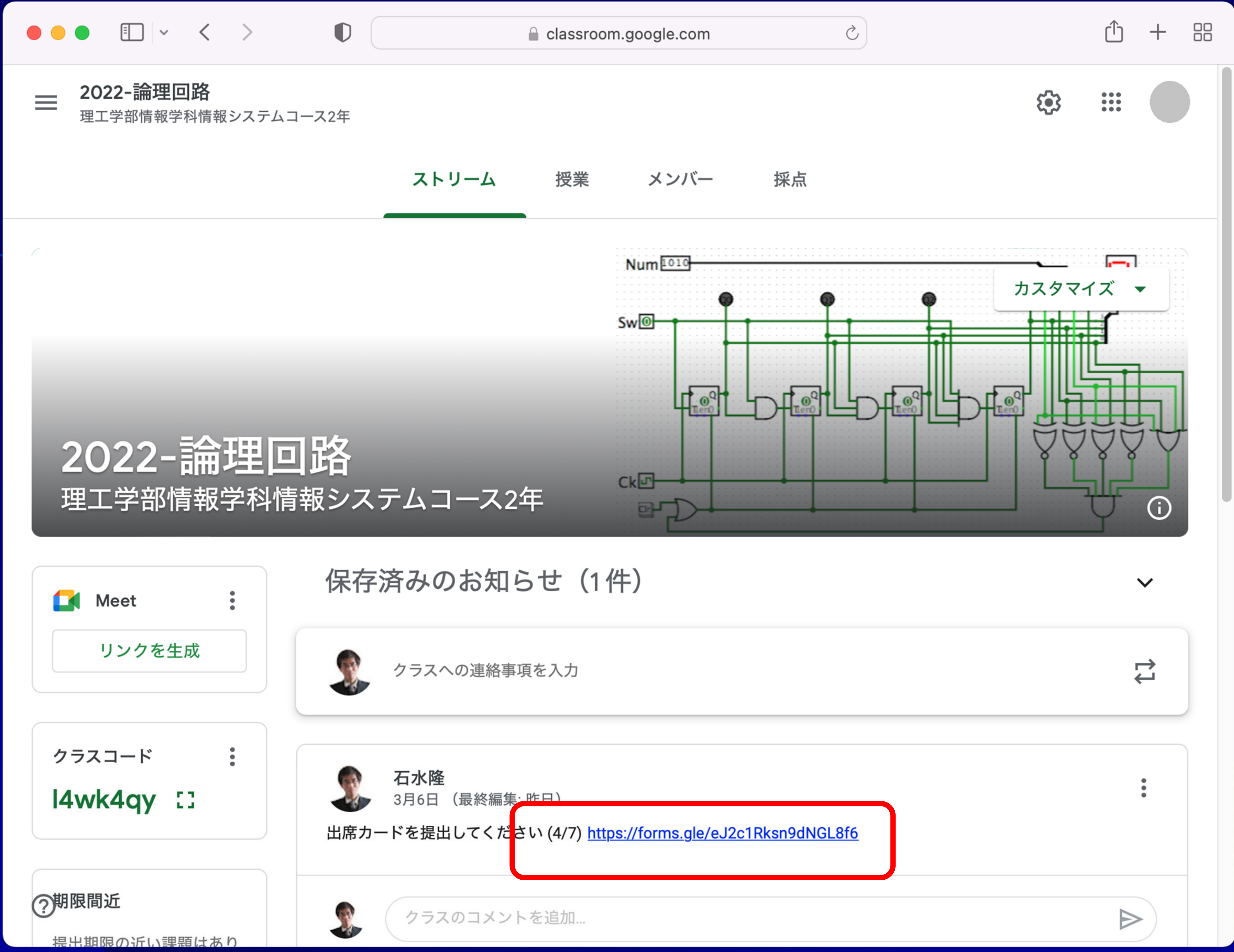
論理回路

第2回 論理ゲートを用いる
論理関数の実現

http://www.info.kindai.ac.jp/LC
E館3階E-331 内線5459
takasi-i@info.kindai.ac.jp


classroom.google.com
Google Classroom
ToDo
チェックが必要な課題
カレンダー
2022-論理回路
理工学部情報学科情報システムコース...
2022-情報システムプ...
理工学部情報学科情報システムコース...
2022-コンパイラ
理工学部情報学科情報システムコース...
2022-基礎線形代数学1
情報学部情報学科1年


classroom.google.com
2022-論理回路
理工学部情報学科情報システムコース2年
ストリーム
授業
メンバー
採点
カスタマイズ
Num
Sw
Ck
2022-論理回路
理工学部情報学科情報システムコース2年
Meet
リンクを生成
クラスコード
l4wk4qy
期限間近
保存済みのお知らせ（1件）
クラスへの連絡事項を入力
石水隆
3月6日 （最終編集: 昨日）
出席カードを提出してください (4/7) https://forms.gle/eJ2c1Rksn9dNGL8f6
クラスのコメントを追加...

docs.google.com

「2022-論理回路 理工学部情報学科情報システムコース２年」の授業

出席カード (論理回路) 第２回 (4/14)

出席カード (論理回路) 第2回 (4/14)

[redacted]kindai.ac.jp アカウントを切り替える

このフォームを送信すると、メールアドレスが記録されます

*必須

あなたの氏名を入力してください． *

回答を入力

あなたの学籍番号を入力してください．(例 : 2110370999) 省略形は使用しないでください． *

回答を入力

回答のコピーを自分宛に送信する

送信

フォームをクリア

Google フォームでパスワードを送信しないでください。

info.kindai.ac.jp

単位取得には原則として全ての授業に出席する必要があります。 やむを得ず欠席する場合はその翌週までに必ず欠席届を出してください。 欠席届無しの欠席が複数回ある場合は履修の意思無しと見做して不受扱いにします。

オンライン授業で

https://www.info.kindai.ac.jp/LC/

- 課題について

単位取得には原則として全ての課題テストを受講する必要があります。 正当な理由のある場合を除いて原則として締切を過ぎた受講は認めません。

講義資料

- 第1回：論理回路の基本 (4/7)　パワーポイント PDF ノート用PDF (4/1 update)
- 第2回：論理ゲート　(4/14) パワーポイント PDF ノート用PDF (4/1 update)
- 第3回：カルノー図　(4/21) パワーポイント PDF ノート用PDF (4/1 update)
- 第4回　Logisim実習(1) (4/28) パワーポイント PDF ノート用PDF (4/1 update)

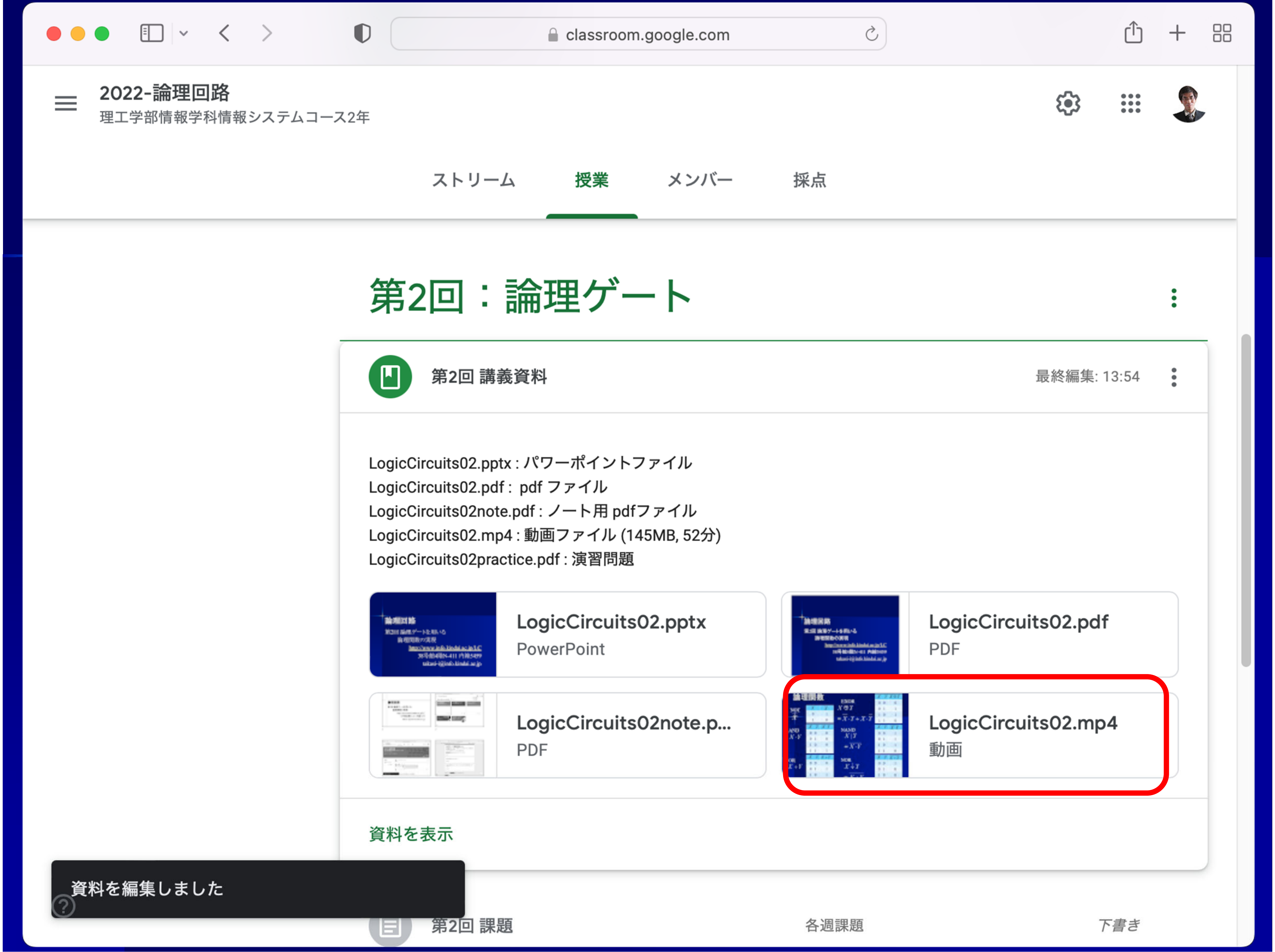
課題テスト

課題テストは GoogleClassrooom 上で行います。GoogleClassroom で 「論理回路」⇒「授業」⇒その回の「課題」と辿って受講してください。出席を兼ねていますので〆切までに必ずテストを受けてください。また、単位習得には全ての課題テストの受講が必要です。

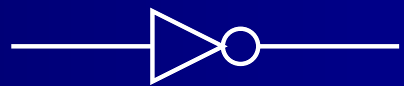
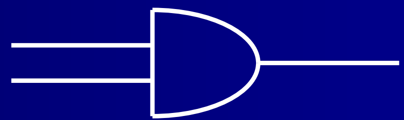
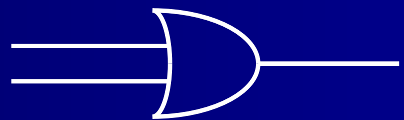
補足資料

- 代表的な論理関数・論理ゲート一覧
- フリップフロップの特性表

オフィスアワー


classroom.google.com
2022-論理回路
理工学部情報学科情報システムコース2年
ストリーム
授業
メンバー
採点
第2回：論理ゲート
第2回 講義資料
最終編集: 13:54
LogicCircuits02.pptx : パワーポイントファイル
LogicCircuits02.pdf : pdf ファイル
LogicCircuits02note.pdf : ノート用 pdfファイル
LogicCircuits02.mp4 : 動画ファイル (145MB, 52分)
LogicCircuits02practice.pdf : 演習問題
LogicCircuits02.pptx
PowerPoint
LogicCircuits02.pdf
PDF
LogicCircuits02note.p...
PDF
LogicCircuits02.mp4
動画
資料を表示
資料を編集しました
第2回 課題
各週課題
下書き

論理ゲート

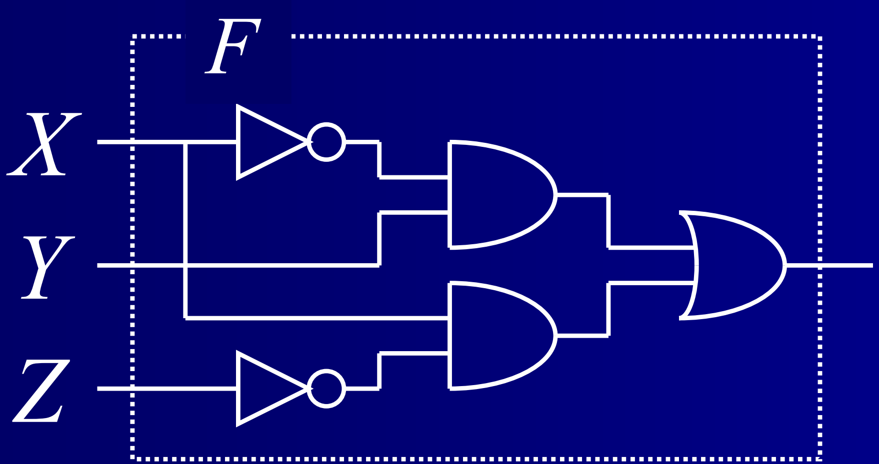
- 論理ゲート
  - ハードウェアによる論理演算機構
- 基本論理ゲート
  - NOTゲート 
  - ANDゲート 
  - ORゲート 

論理演算と論理ゲート

論理変数 → 論理演算 → 演算結果

入力信号 (直流電圧) → 論理ゲート → 出力信号（直流電圧）

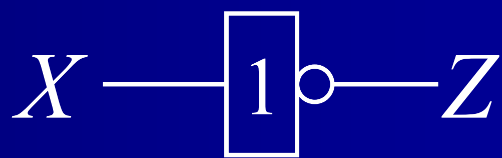
$$f(X,Y,Z)=\overline{X}\cdot Y+X\cdot\overline{Z}$$



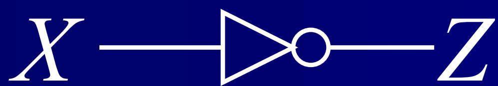
NOTゲート

- 定義 NOTゲート
  - 入力信号を反転して出力する論理ゲート
    - 1入力1出力

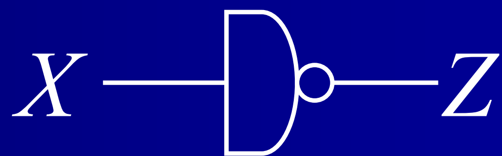
$$Z = \overline{X}$$



JIS記号



MIL記号

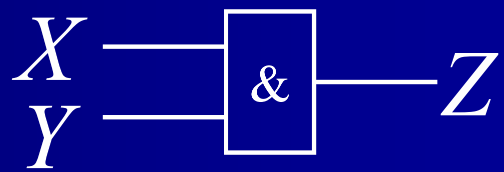


慣用記号

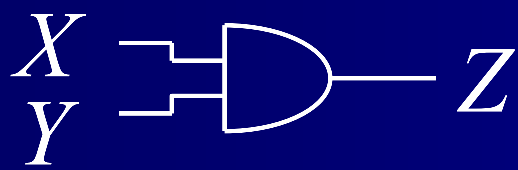
ANDゲート

- 定義 ANDゲート
  - 入力信号が全て 1 のときは 1 を、それ以外は 0 を出力する論理ゲート
    - 2入力1出力

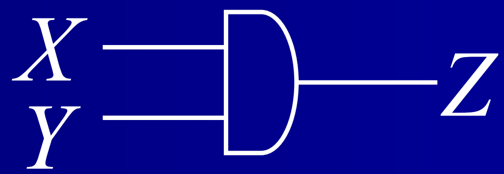
$$Z = X \cdot Y$$



JIS記号



MIL記号

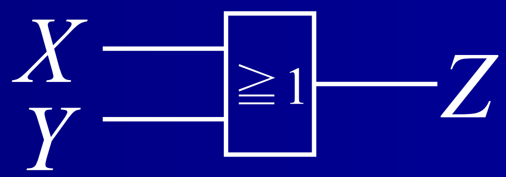


慣用記号

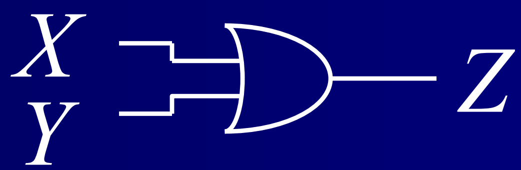
ORゲート

- 定義 ORゲート
  - 入力信号に 1 つでも 1 があれば 1 を、それ以外は0を出力する論理ゲート
    - 2入力1出力

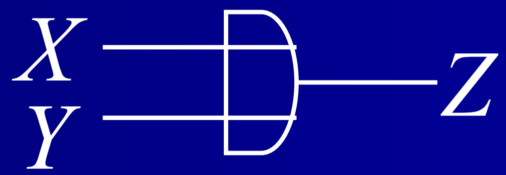
$$Z = X + Y$$



JIS記号

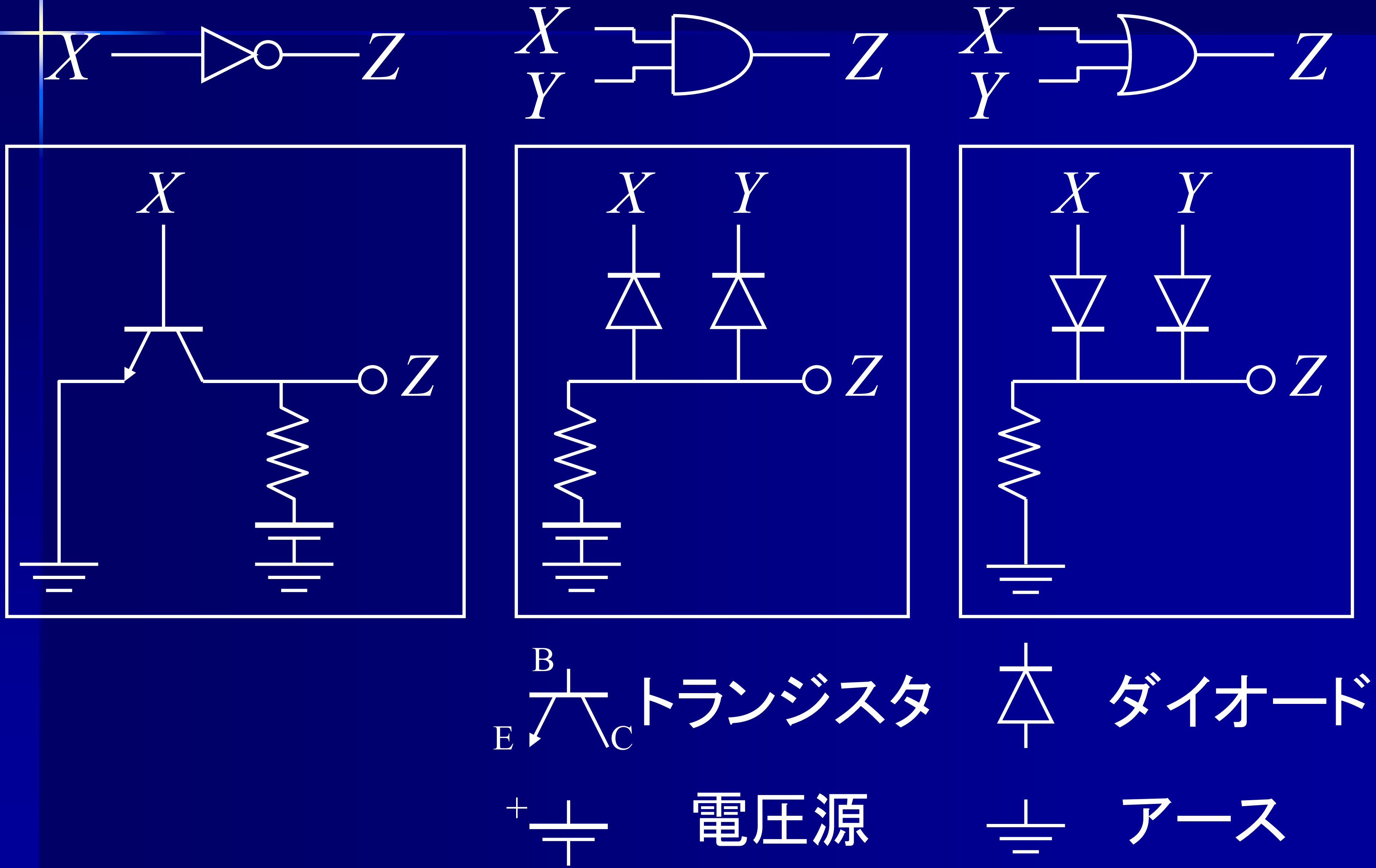


MIL記号

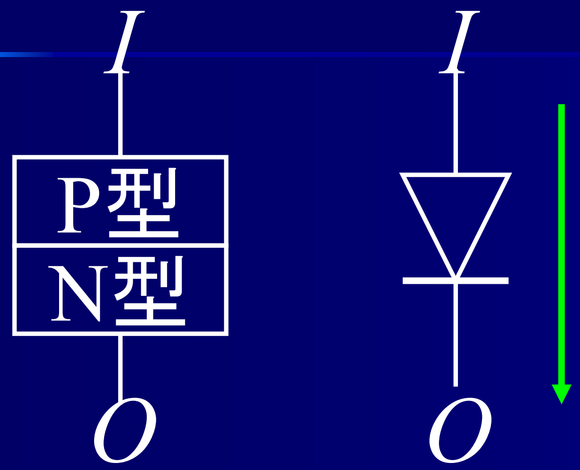


慣用記号

NOT, AND, ORゲートの回路

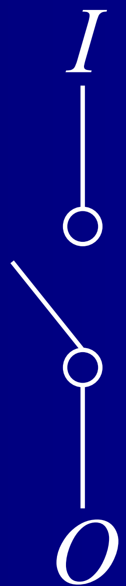


ダイオードの性質



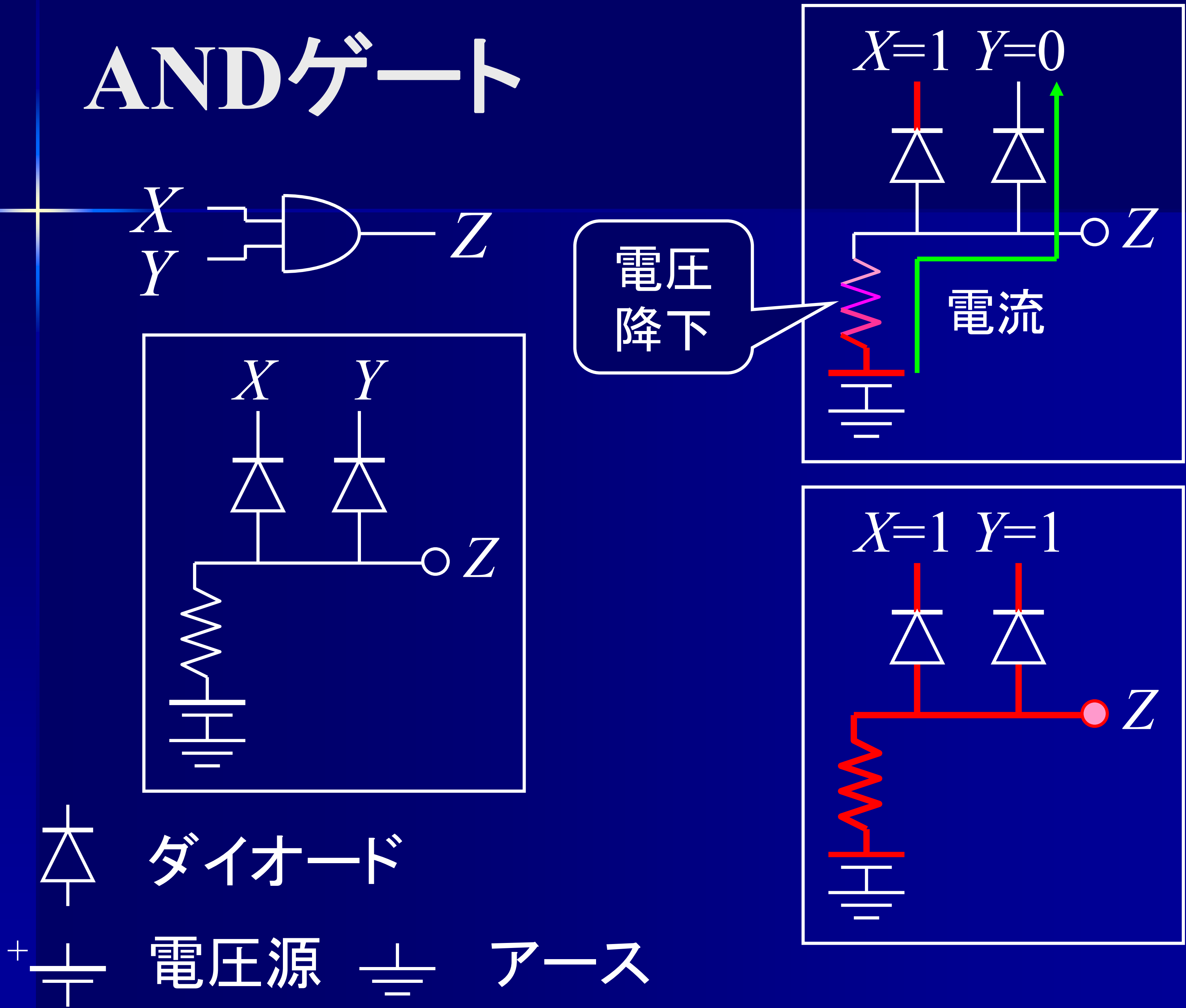
この方向のみ
電流が流れる

$I = 1, O = 0$ のとき

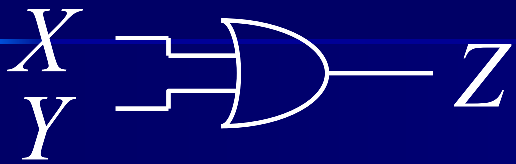


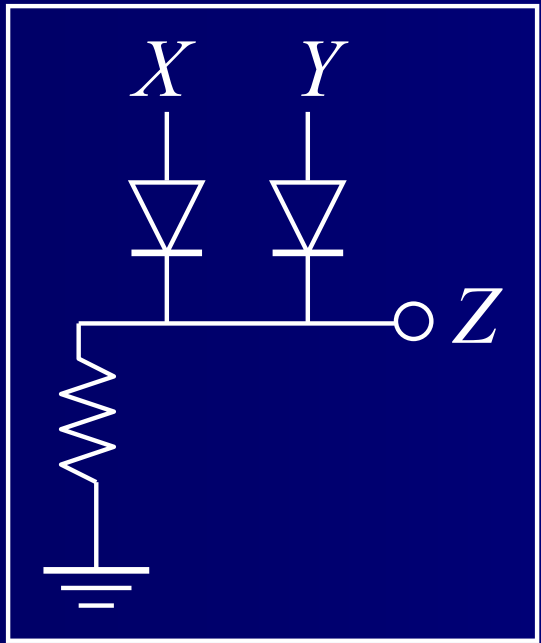
それ以外のとき

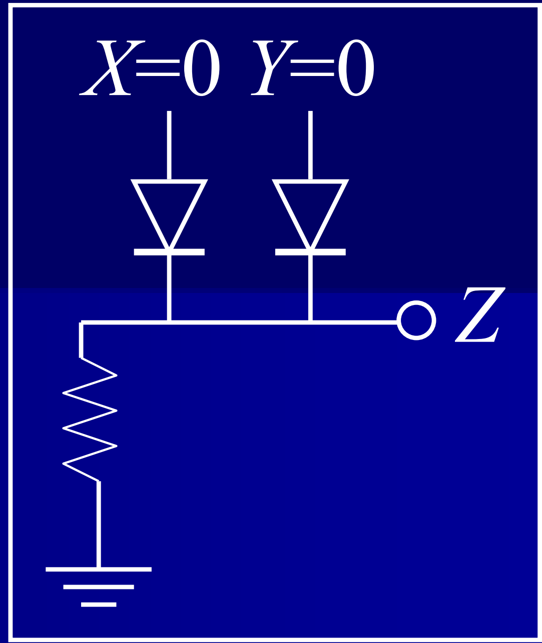
ANDゲート

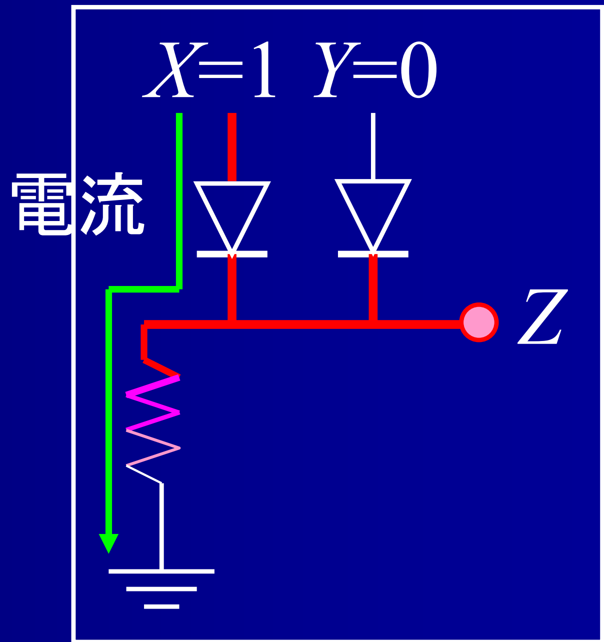


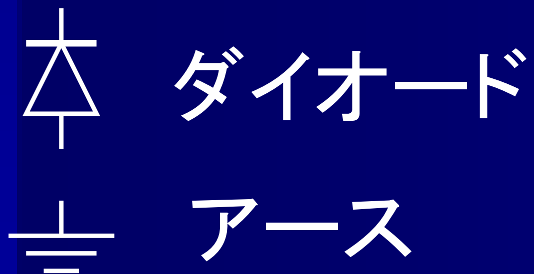
ORゲート



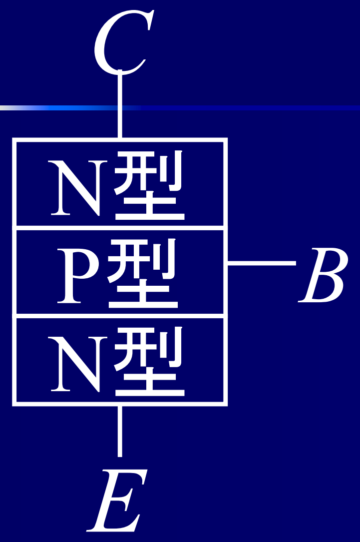




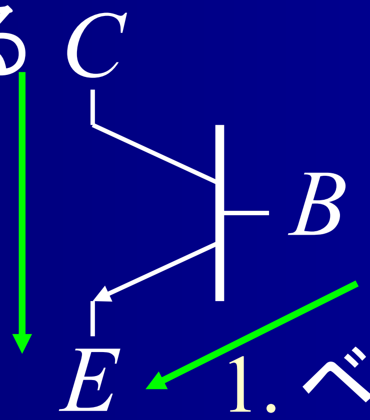




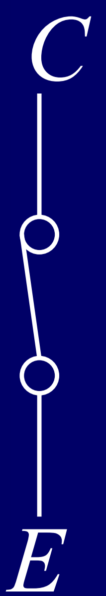
トランジスタの性質



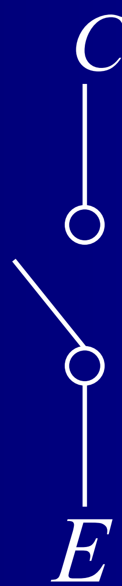
2. コレクタ-エミッタ間に
電流が流れる



1. ベース-エミッタ間に
電流が流れると

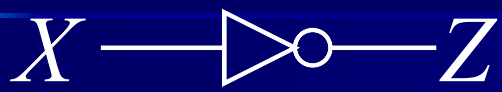


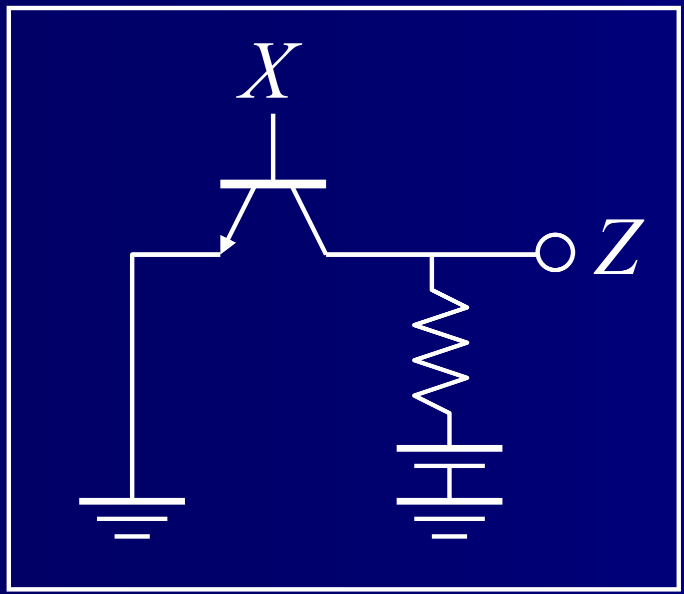
$E=0, C=1, B=1$
のとき

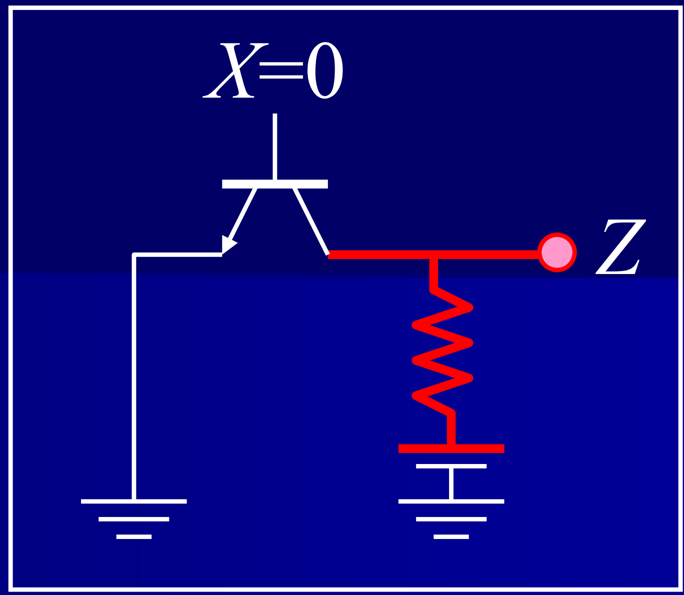


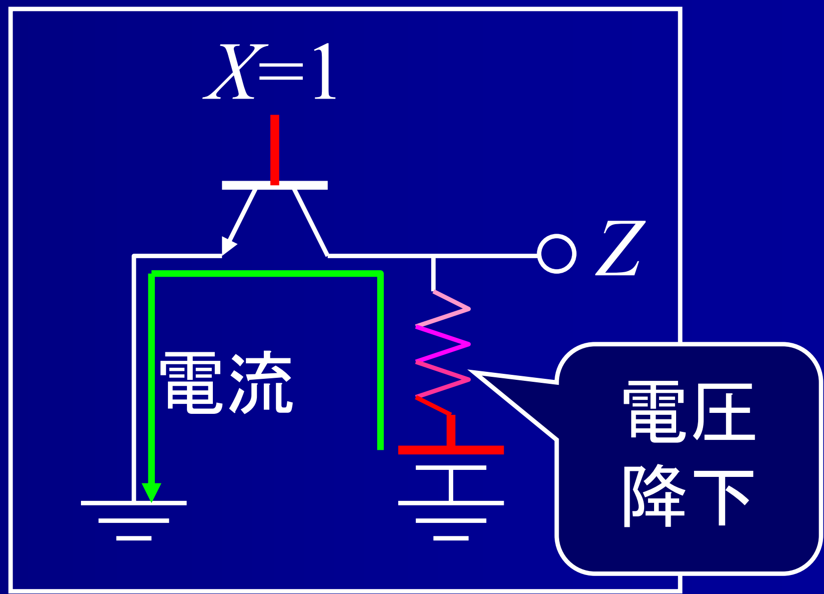
それ以外のとき

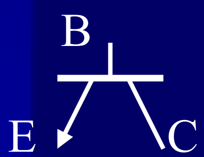
NOTゲート



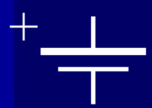








トランジスタ



電圧源


アース

組み合わせ回路

- 定義 組み合わせ回路
  - ある時刻の出力信号が、現在の入力信号だけで決まる回路
- 定義 順序回路
  - ある時刻の出力信号が、現在の入力信号だけでなく、過去の入力信号の影響も受ける回路 (回路内にバッファ・メモリがある)

組み合わせ回路と論理関数

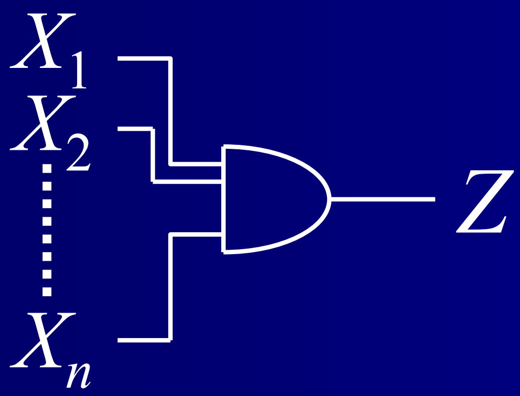
- 論理関数 $f(I_1,I_2,\ldots,I_m)=O$
  - I_i : 入力
  - O : 出力

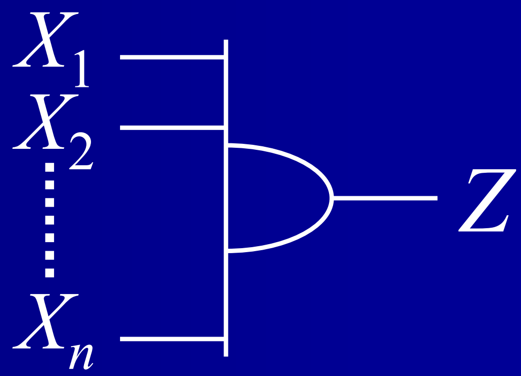
- 論理関数
  - 回路における入力と出力との論理関係を示す
  - 回路の機能を論理式で表す

n入力ANDゲート

- 定義 n入力ANDゲート
  - 入力信号が全て 1 のときは 1 を、
    それ以外は 0 を出力する論理ゲート
    - n入力1出力

$$Z = X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n$$

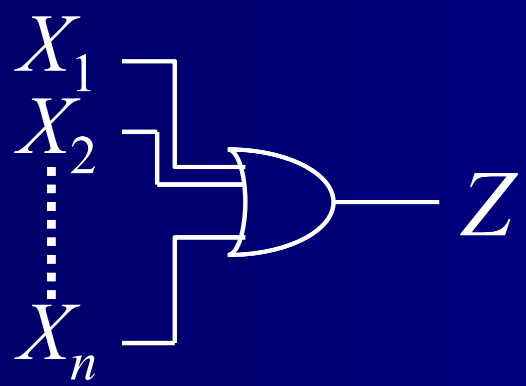


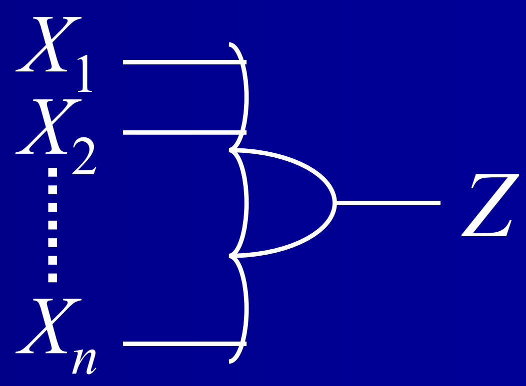


n入力ORゲート

- 定義 n入力ORゲート
  - 入力信号に 1 つでも 1 があれば 1 を、それ以外は 0 を出力する論理ゲート
    - n入力1出力

$$Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$





排他的論理和 EXOR

- 定義 排他的論理和 EXOR
  - 入力のうち 1 が 1 つ(だけ)あるときは 1 、それ以外は 0 を与える演算

  演算記号 :⊕

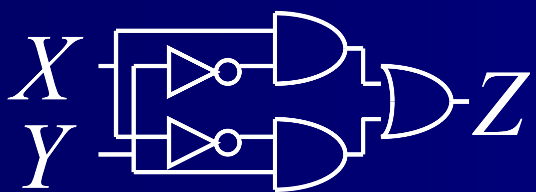
$$Z = X \oplus Y$$
$$= X \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot Y$$

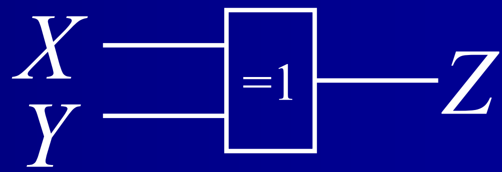
$X\ Y$	$X \oplus Y$
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

EXORゲート

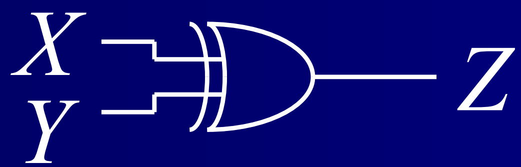
- 定義 EXORゲート
  - 入力信号に 1 が 1 つ(だけ)あれば1を、それ以外は0を出力する論理ゲート
    - 2入力1出力

$$Z = X \oplus Y = X \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot Y$$

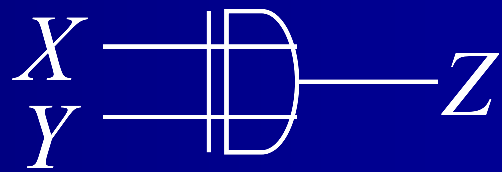




JIS記号



MIL記号



慣用記号

EXORと結合則

- 定理 EXORと結合則
  - EXORは結合則を満たす

$$(X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus (Y \oplus Z)$$

$X\ Y\ Z$	$X \oplus Y \oplus Z$
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	0

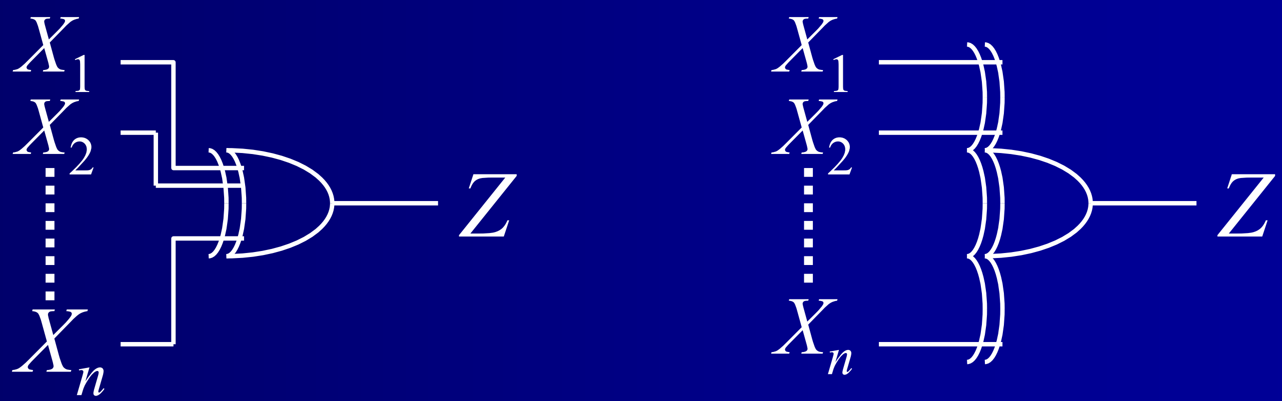
$X\ Y\ Z$	$X \oplus Y \oplus Z$
1 0 0	1
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	1

入力
1が奇数個
⇒出力1
1が偶数個
⇒出力0

n入力EXORゲート

- 定義 n入力EXORゲート
  - 入力信号に 1 が奇数個あれば 1 を、それ以外は0を出力する論理ゲート
    - n入力1出力

$$Z = X_1 \oplus X_2 \oplus \ldots \oplus X_n$$



否定論理積 NAND

- 定義 否定論理積 NAND
  - 入力のANDを取り、その結果にNOTを施す演算

演算記号 |

$$Z = X|Y = \overline{X \cdot Y}$$

$X\ Y$	$X\|Y$
0 0	1
0 1	1
1 0	1
1 1	0

※記号 | を使うことはほとんど無い

NANDと結合則

- 定理 NANDと結合則
  - NANDは結合則を満たさない

$$(X|Y)|Z \neq X|(Y|Z)$$

(証明)

$$(X|Y)|Z = \overline{\overline{X \cdot Y} \cdot Z} = X \cdot Y + \overline{Z}$$

$$X|(Y|Z) = \overline{X \cdot \overline{Y \cdot Z}} = \overline{X} + Y \cdot Z$$

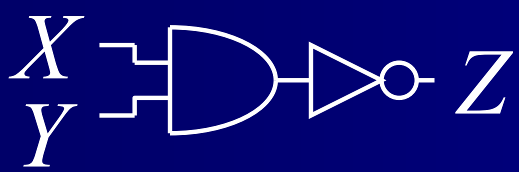
(別解) 真理値表より題意が示される

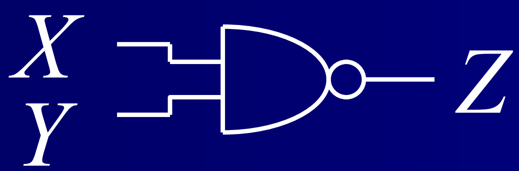
$X\ Y\ Z$	$(X\|Y)\|Z$	$X\|(Y\|Z)$
0 0 0	$1\|0=1$	$0\|1=1$
0 0 1	$1\|1=0$	$0\|1=1$
0 1 0	$1\|0=1$	$0\|1=1$
0 1 1	$1\|1=0$	$0\|0=1$
1 0 0	$1\|0=1$	$1\|1=0$
1 0 1	$1\|1=0$	$1\|1=0$
1 1 0	$0\|1=1$	$1\|1=0$
1 1 1	$0\|1=1$	$1\|0=1$

NANDゲート

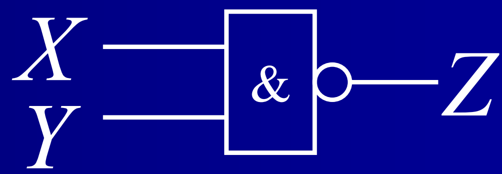
- 定義 NANDゲート
  - – AND,NOTゲートを直列に繋いだ論理ゲート
    - 2入力1出力

$$Z = X|Y = \overline{X \cdot Y}$$

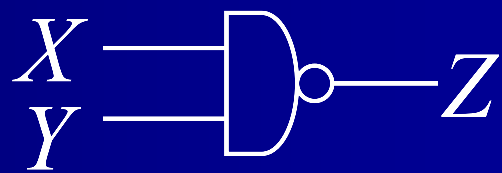




MIL記号



JIS記号

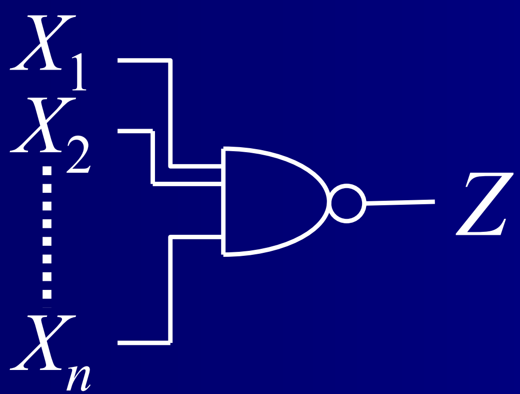


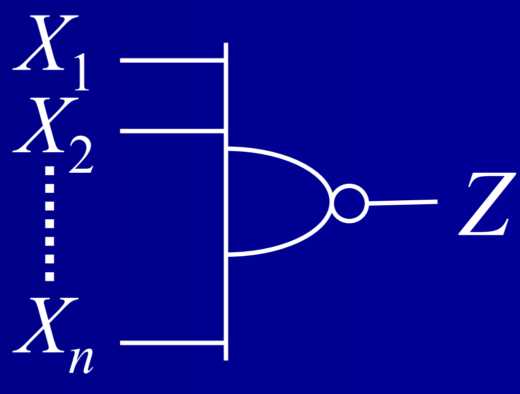
慣用記号

n入力NANDゲート

- 定義 n入力NANDゲート
  - 入力信号が全て 1 のときは 0 を、それ以外は 1 を出力する論理ゲート
    - n入力1出力

$$Z = \overline{X_1 \cdot X_2 \cdot \ldots \cdot X_n} \neq X_1 \mid X_2 \mid \ldots \mid X_n$$





否定論理和 NOR

- 定義 否定論理積 NOR
  - 入力のORを取り、その結果にNOTを施す演算

演算記号↓

$$Z = X \downarrow Y = \overline{X + Y}$$

$X\ Y$	$X \downarrow Y$
0 0	1
0 1	0
1 0	0
1 1	0

NORと結合則

- 定理 NORと結合則
  - NORは結合則を満たさない

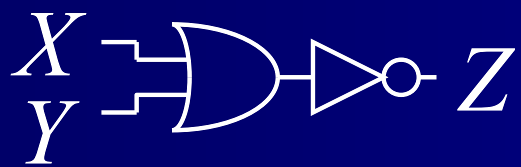
$$(X \downarrow Y) \downarrow Z \neq X \downarrow (Y \downarrow Z)$$

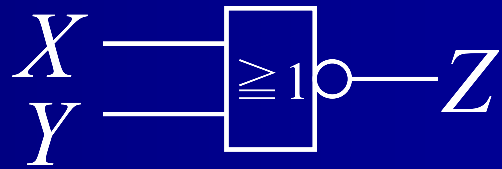
(証明) NANDと結合則の証明と同様

NORゲート

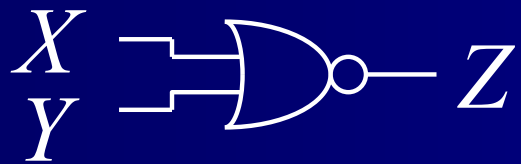
- 定義 NORゲート
  - OR,NOTゲートを直列に繋いだ論理ゲート
    - 2入力1出力

$$Z = X \downarrow Y = \overline{X + Y}$$

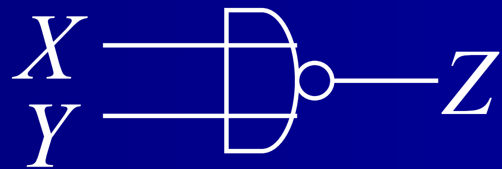




JIS記号



MIL記号

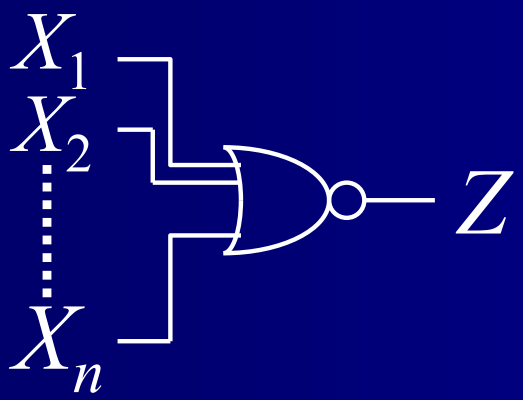


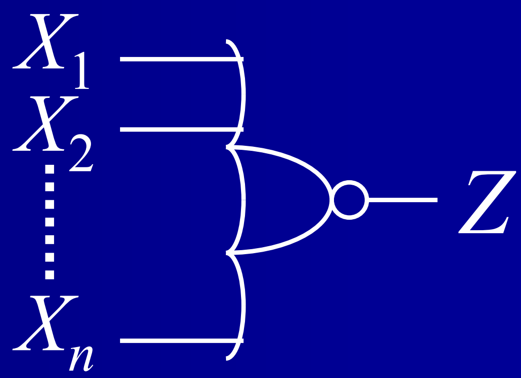
慣用記号

n入力NORゲート

- 定義 n入力NORゲート
  - 入力信号に 1 つでも 1 があれば 0 を、それ以外は 1 を出力する論理ゲート
    - n入力1出力

$$Z = \overline{X_1 + X_2 + \ldots + X_n} \neq X_1 \downarrow X_2 \downarrow \ldots \downarrow X_n$$





論理関数

NOT

$\overline{X}$

X	$\overline{X}$
0	1
1	0

AND

$X \cdot Y$

X	Y	$X \cdot Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

$X + Y$

X	Y	$X + Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

EXOR

$$X \oplus Y$$

$$= \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND

$$X \mid Y$$

$$= \overline{X \cdot Y}$$

X	Y	$\overline{X \cdot Y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

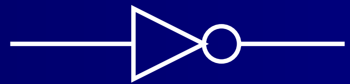
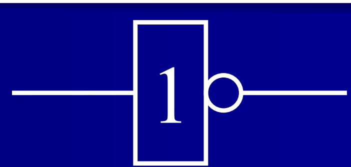
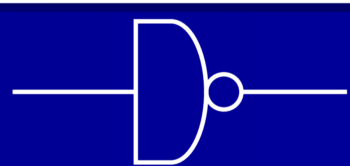
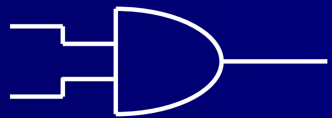
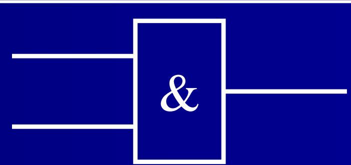
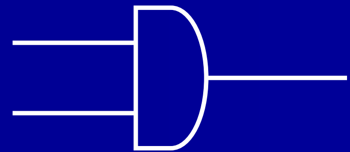
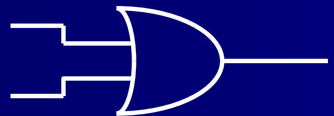
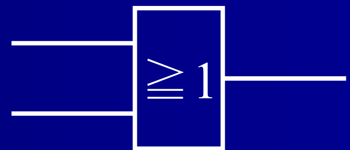
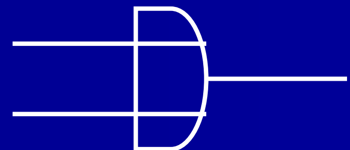
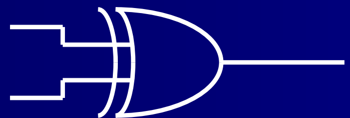
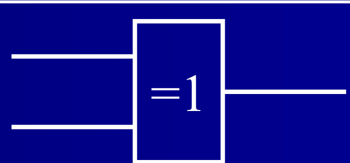
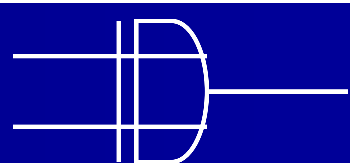
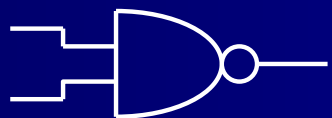
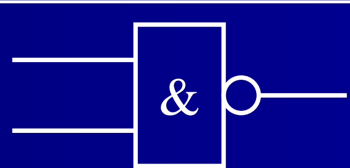
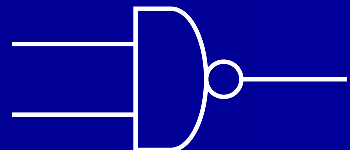
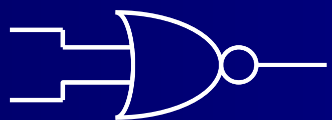
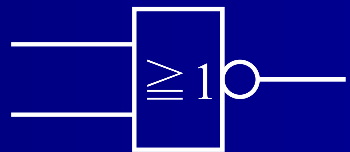
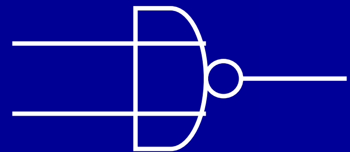
NOR

$$X \downarrow Y$$

$$= \overline{X + Y}$$

X	Y	$\overline{X + Y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

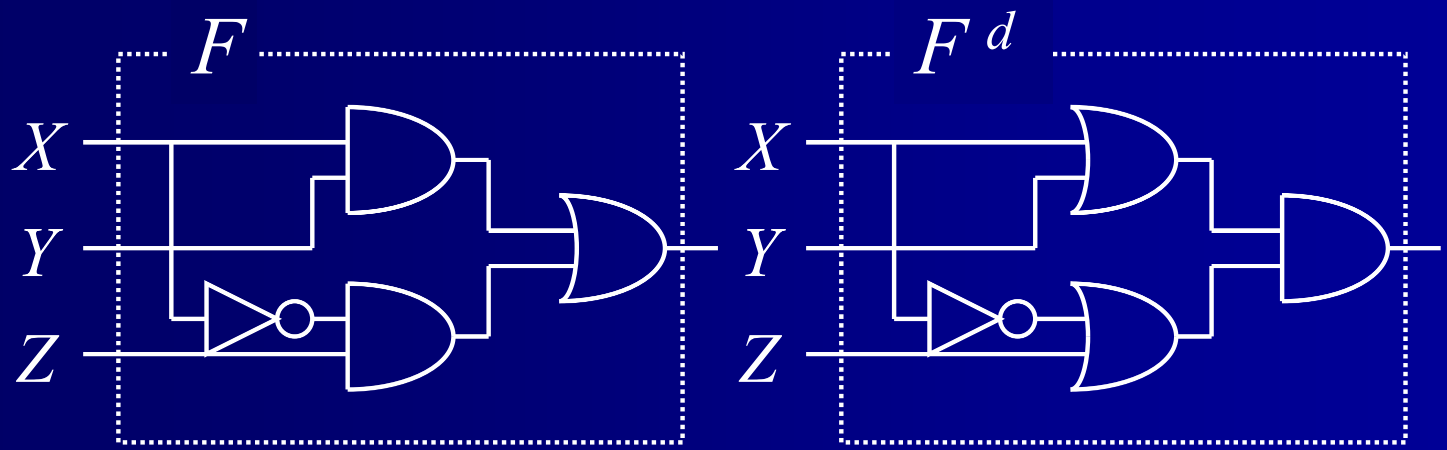
論理ゲート

	MIL記号	JIS記号	慣用記号
NOT			
AND			
OR			
EXOR			
NAND			
NOR			

双対回路

- 定義 双対回路
  - 論理関数 f に対応する論理回路を F とする
    このとき、f の双対関数 f^d に対応する論理
    回路 F^d を F の双対な論理回路と言う

例: $f = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z,\ f^d = (X + Y) \cdot (\overline{X} + Z)$



万能論理関数集合

- 定義 万能論理関数集合
  - 任意の論理関数が表現できる論理関数の集合

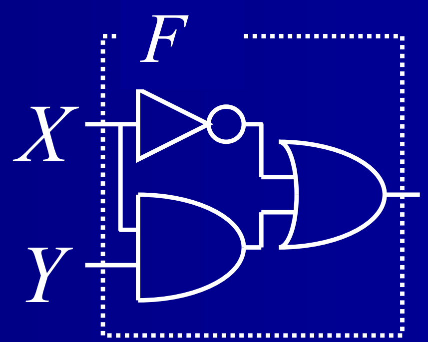
➢あらゆる論理関数は、AND,OR,NOTの組み合わせで表現可能

- $U_0 = \{\mathrm{AND}, \mathrm{OR}, \mathrm{NOT}\}$は万能論理関数集合

AND/OR形式, AND/OR回路

- 定義 AND/OR形式
  - U_0={AND,OR,NOT}によって表された論理式
- 定義 AND/OR回路
  - AND,OR,NOTの3種類のゲートだけで構成する論理回路

$$f(X,Y) = X \cdot Y + \overline{X}$$



疑問: AND,OR,NOT全て必要か？

AND⇔OR変換

- $X + Y = \overline{\overline{X} \cdot \overline{Y}}$ (ド･モルガン則)

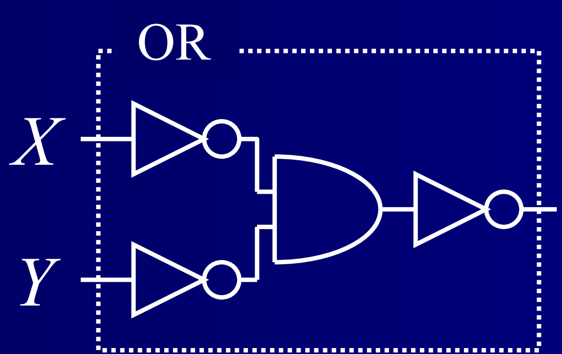
  ⇒論理関数はANDとNOTのみで表現可能

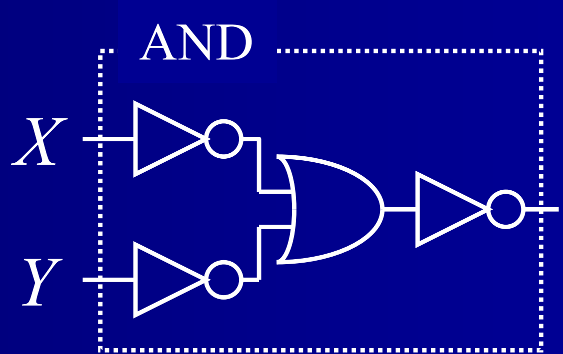
  - $U_1 = \{\mathrm{AND}, \mathrm{NOT}\}$ は万能論理関数集合

- $X \cdot Y = \overline{\overline{X} + \overline{Y}}$

  ⇒論理関数はORとNOTのみで表現可能

  - $U_2 = \{\mathrm{OR}, \mathrm{NOT}\}$ は万能論理関数集合

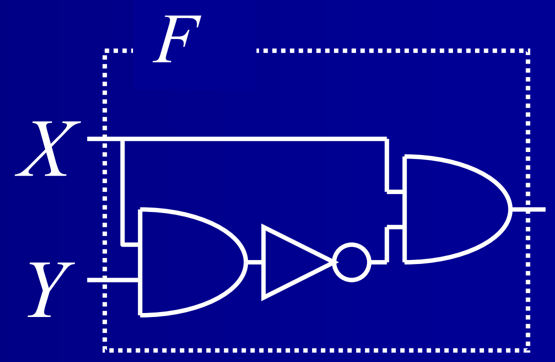




NOT-AND形式, AND回路

- 定義 NOT-AND形式,AND形式
  - $U_1 = \{\mathrm{AND}, \mathrm{NOT}\}$によって表された論理式
- 定義 NOT-AND回路, AND回路
  - AND,NOT の2種類のゲートだけで構成する論理回路

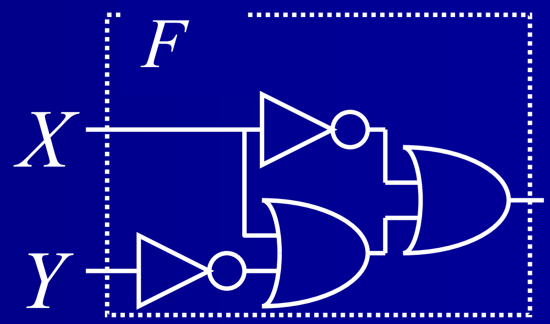
$$f(X,Y) = \overline{(X \cdot Y)} \cdot X$$



NOT-OR形式, OR回路

- 定義 NOT-OR形式,OR形式
  - $U_2 = \{\mathrm{OR}, \mathrm{NOT}\}$によって表された論理式
- 定義 NOT-OR回路, OR回路
  - OR,NOT の2種類のゲートだけで構成する論理回路

$$f(X,Y) = (X + \overline{Y}) + \overline{X}$$



万能論理関数集合

以下の集合は万能論理関数集合

- $U_0 = \{\mathrm{AND, OR, NOT}\}$
- $U_1 = \{\mathrm{OR, NOT}\}$
- $U_2 = \{\mathrm{AND, NOT}\}$
- $U_3 = \{\mathrm{NAND}\}$
- $U_4 = \{\mathrm{NOR}\}$

NANDの万能性

- 定理 NANDの万能性
  - 任意の論理関数はNANDだけで表せる

(証明) NAND $\overline{X \cdot Y}$ を $X \mid Y$ と表す

$$\text{NOT}: \overline{X} = \overline{X} + \overline{X} = \overline{X \cdot X} = X \mid X$$

$$\text{OR}: \quad X + Y = \overline{\overline{X + Y}} = \overline{\overline{X} \cdot \overline{Y}}$$

$$= \overline{X} \mid \overline{Y} = (X \mid X) \mid (Y \mid Y)$$

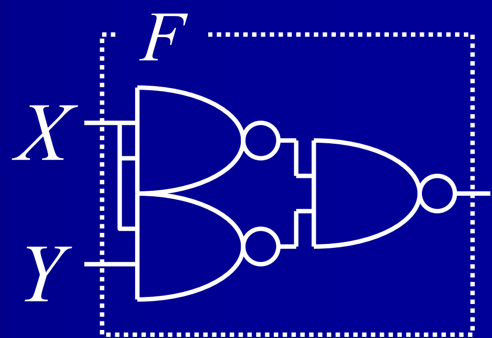
$$\text{AND}: X \cdot Y = \overline{\overline{X \cdot Y}} = \overline{X \mid Y}$$

$$= (X \mid Y) \mid (X \mid Y)$$

NAND形式,NAND回路

- 定義 NAND形式
  - $U_3 = \{\mathrm{NAND}\}$によって表された論理式
- 定義 NAND回路
  - NANDゲートだけで構成する論理回路

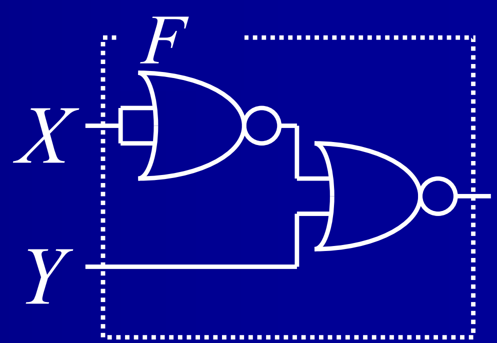
$$f(X,Y) = (X|Y)|(X|X)$$



NOR形式,NOR回路

- 定義 NOR形式
  - $U_4 = \{\mathrm{NOR}\}$によって表された論理式
- 定義 NOR回路
  - NORゲートだけで構成する論理回路

$$f(X,Y) = (X \downarrow X) \downarrow Y$$



各形式の例

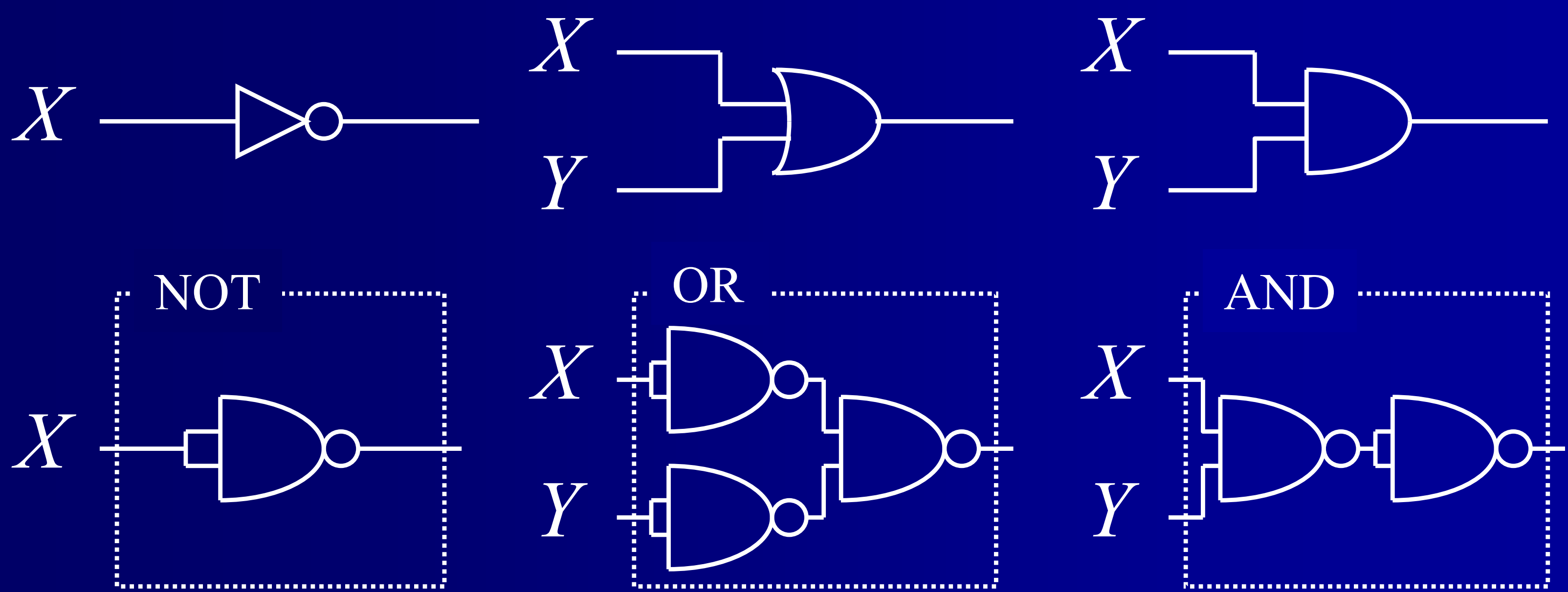
例：$f(X,Y) = X \oplus Y$

$X\,Y$	$f(X,Y)$
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

AND/OR形式	$X \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot Y,\ (X + Y) \cdot (\overline{X} + \overline{Y})$
NOT-AND形式 (AND形式)	$\overline{\overline{X} \cdot \overline{Y}} \cdot \overline{X \cdot Y}$
NOT-OR形式 (OR形式)	$\overline{X + \overline{Y}} + \overline{\overline{X} + Y}$
NAND形式	$(X \mid (Y \mid Y)) \mid (X \mid X) \mid Y)$
NOR形式	$((X \downarrow X) \downarrow (Y \downarrow Y)) \downarrow (X \downarrow Y)$

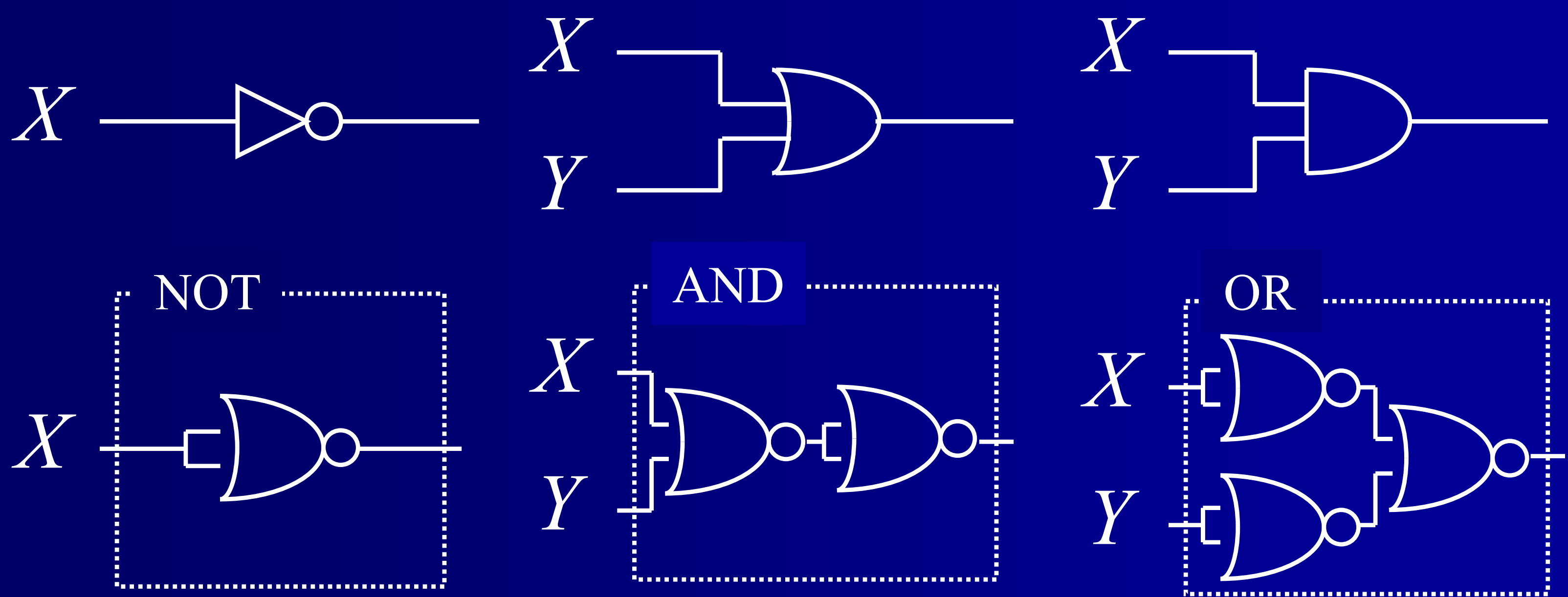
基本ゲートのNAND表現

- $\overline{X} = X \mid X$
- $X + Y = (X \mid X) \mid (Y \mid Y)$
- $X \cdot Y = (X \mid Y) \mid (X \mid Y)$



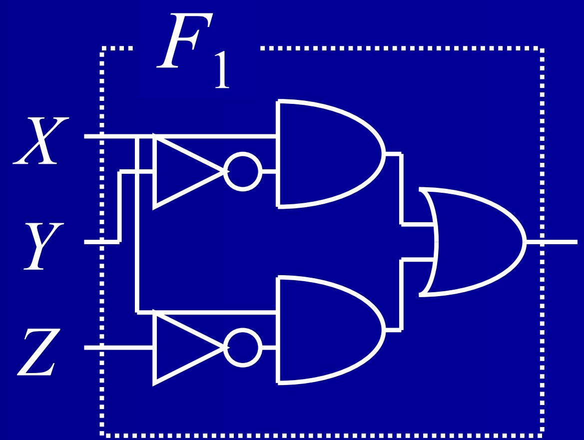
基本ゲートのNOR表現

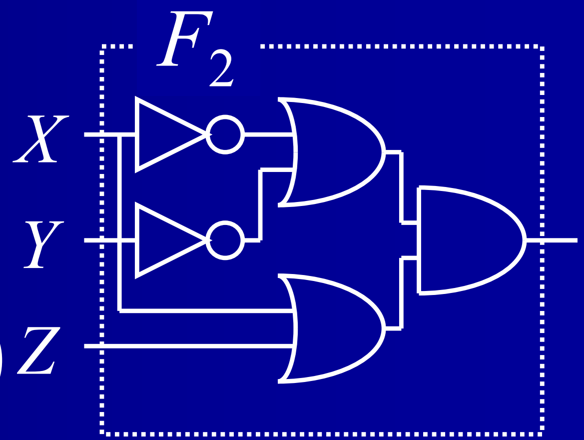
- $\overline{X} = X \downarrow X$
- $X + Y = (X \downarrow Y) \downarrow (X \downarrow Y)$
- $X \cdot Y = (X \downarrow X) \downarrow (Y \downarrow Y)$



AND-OR回路,OR-AND回路

- AND-OR回路
  - 積和形関数に対応する回路
    - ✓ NOT→AND→OR
- OR-AND回路
  - 和積形関数に対応する回路
    - ✓ NOT→OR→AND



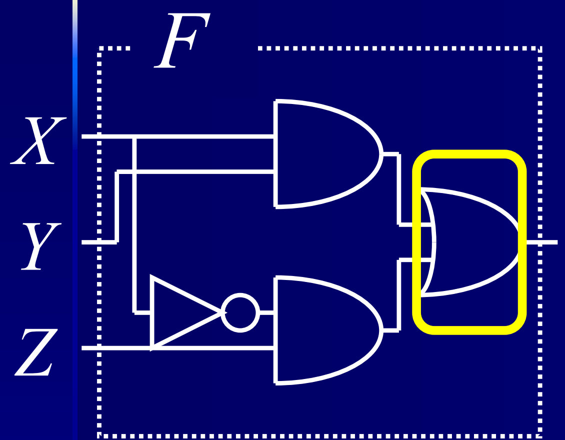


$$f_1(X,Y,Z) = X \cdot \overline{Y} + X \cdot \overline{Z}$$

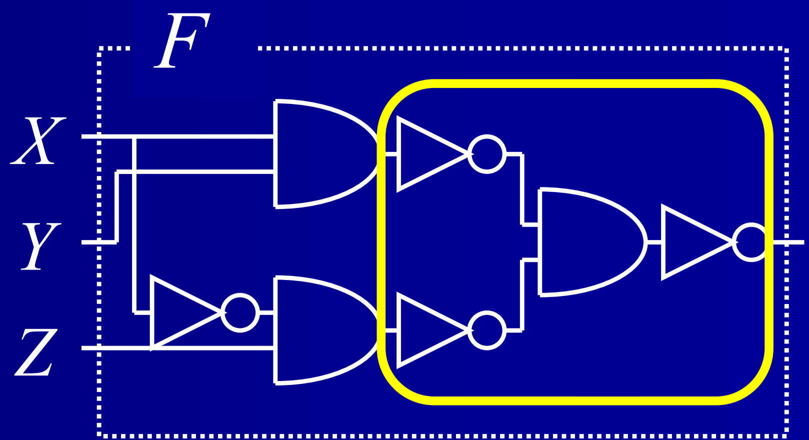
$$f_2(X,Y,Z) = (\overline{X} + \overline{Y}) \cdot (X + Z)$$

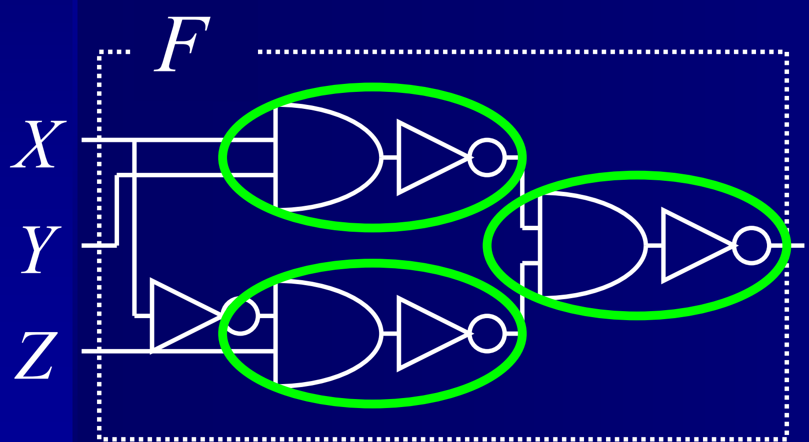
AND-OR回路→ NAND回路変換

例: $f(X,Y,Z) = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$ の変換

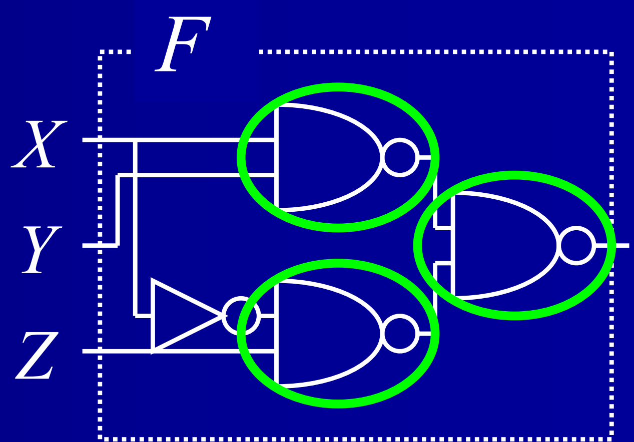


$A+B=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}$





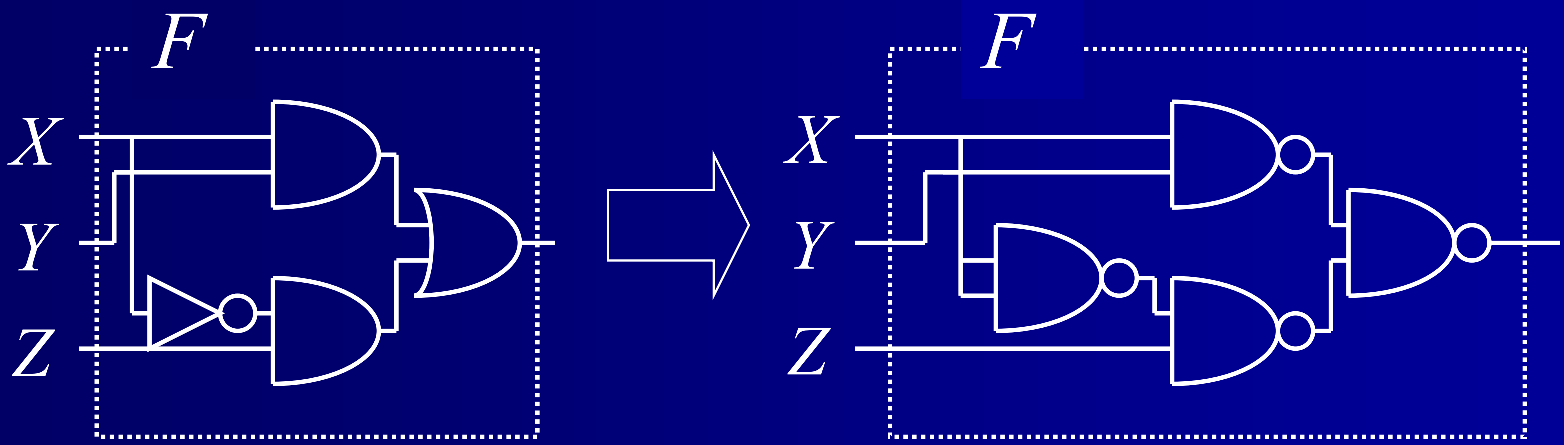
$\overline{A\cdot B}=A\,|\,B$



AND-OR回路→NAND回路変換はゲートの入れ替えだけ

AND-OR回路→ NAND回路変換

例: $f(X,Y,Z) = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$ の変換



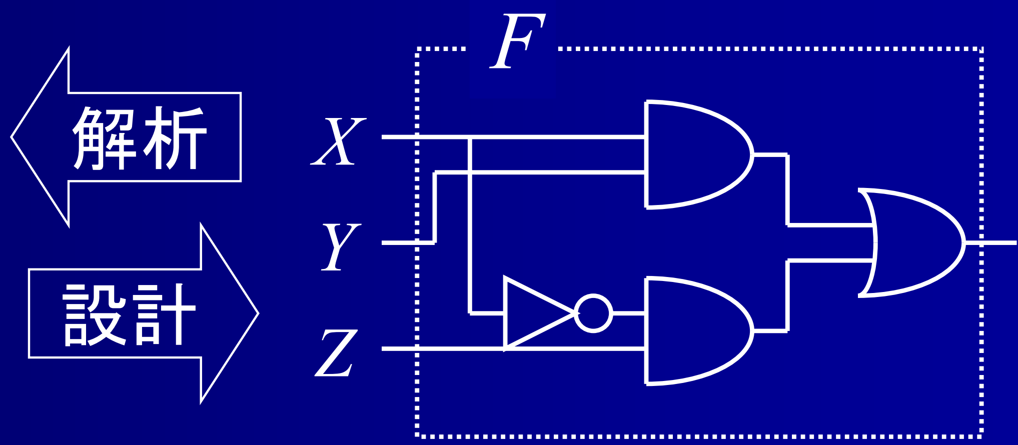
全てのゲートをNANDゲートにするだけ

OR-AND回路→NOR回路変換も同様

論理回路の解析･設計

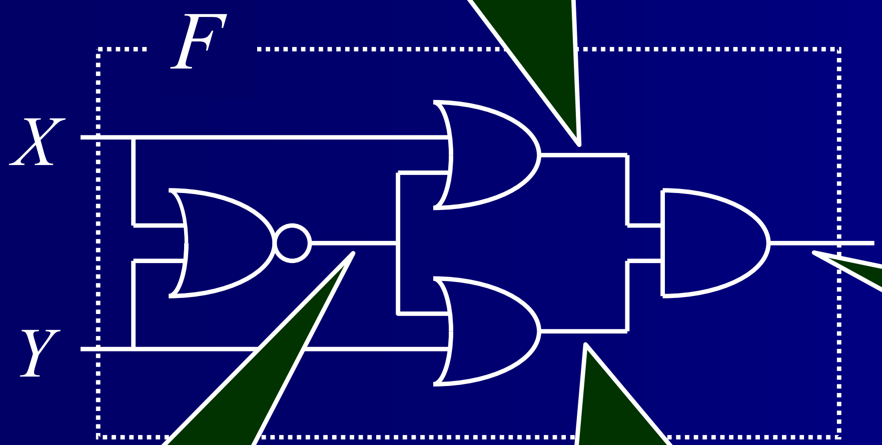
- 定義　論理回路の解析
  - 論理回路⇒論理関数 変換
- 定義　論理回路の設計
  - 論理関数⇒論理回路 変換

$$f(X,Y,X) = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$$



論理回路の解析

- 例題：次の論理回路Fを解析せよ



$$X + \overline{X} \cdot \overline{Y} = X + \overline{Y}$$

左(入力端子)から順に各素子の出力関数を求めていく

$$(X + \overline{Y}) \cdot (\overline{X} + Y) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + X \cdot Y$$

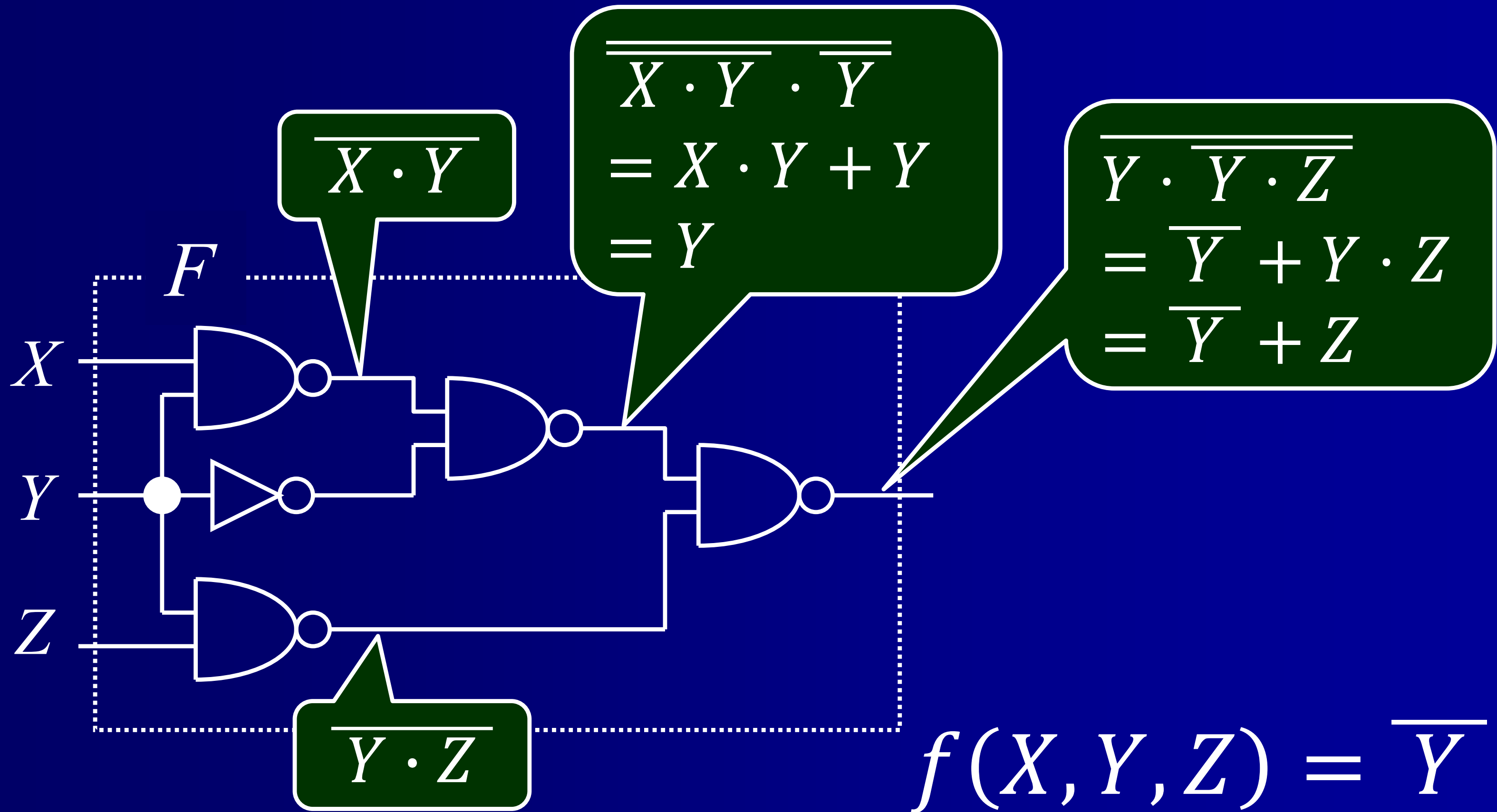
$$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

$$Y + \overline{X} \cdot \overline{Y} = \overline{X} + Y$$

$$f(X,Y) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + X \cdot Y$$

論理回路の解析

- 例題: 次の論理回路Fを解析せよ



$$f(X,Y,Z) = \overline{Y} + Z$$

課題テスト

- 毎週 GoogleClassroom上で課題テストを行う
  - 授業後～翌週の授業開始まで
- GoogleClassroomで

  論理回路

  　⇒授業

  　⇒その回の課題

  と辿る

演習問題: EXORと結合則

- 定理 : EXORと結合則
  - EXORは結合則を満たす

$$(X \oplus Y) \oplus Z = X \oplus (Y \oplus Z)$$

- 定理を確かめよ

$$
\begin{aligned}
(X \oplus Y) \oplus Z &= (\overline{\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}}) \cdot Z + (\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}) \cdot \overline{Z} \\
&= (\overline{\overline{X} \cdot Y} \cdot \overline{X \cdot \overline{Y}}) \cdot Z + (\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}) \cdot \overline{Z} \\
&= ((X + \overline{Y}) \cdot (\overline{X} + Y)) \cdot Z + (\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}) \cdot \overline{Z} \\
&= (X \cdot Y + \overline{X} \cdot \overline{Y}) \cdot Z + (\overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}) \cdot \overline{Z} \\
&= X \cdot Y \cdot Z + \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X \oplus (Y \oplus Z) &= \overline{X} \cdot (\overline{Y} \cdot Z + Y \cdot \overline{Z}) + X \cdot (\overline{Y} \cdot \overline{Z} + Y \cdot Z) \\
&= \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + X \cdot Y \cdot Z
\end{aligned}
$$

$X\ Y\ Z$	$(X \oplus Y) \oplus Z$	$X \oplus (Y \oplus Z)$
0 0 0	$0 \oplus 0 = 0$	$0 \oplus 0 = 0$
0 0 1	$0 \oplus 1 = 1$	$0 \oplus 1 = 1$
0 1 0	$1 \oplus 0 = 1$	$0 \oplus 1 = 1$
0 1 1	$1 \oplus 1 = 0$	$0 \oplus 0 = 0$
1 0 0	$1 \oplus 0 = 1$	$1 \oplus 0 = 1$
1 0 1	$1 \oplus 1 = 0$	$1 \oplus 1 = 0$
1 1 0	$0 \oplus 0 = 0$	$1 \oplus 1 = 0$
1 1 1	$0 \oplus 1 = 1$	$1 \oplus 0 = 1$

演習問題: NORと結合則

- 定理 : NORと結合則
  - NORは結合則を満たさない

$$(X \downarrow Y) \downarrow Z \neq X \downarrow (Y \downarrow Z)$$

- 定理を確かめよ

$$
\begin{aligned}
(X \downarrow Y) \downarrow Z &= \overline{\overline{(X+Y)}+Z} \\
&= (X+Y)\cdot \overline{Z} \\
&= X\cdot \overline{Z} + Y\cdot \overline{Z}
\end{aligned}
$$

(ド・モルガン則)

(分配則)

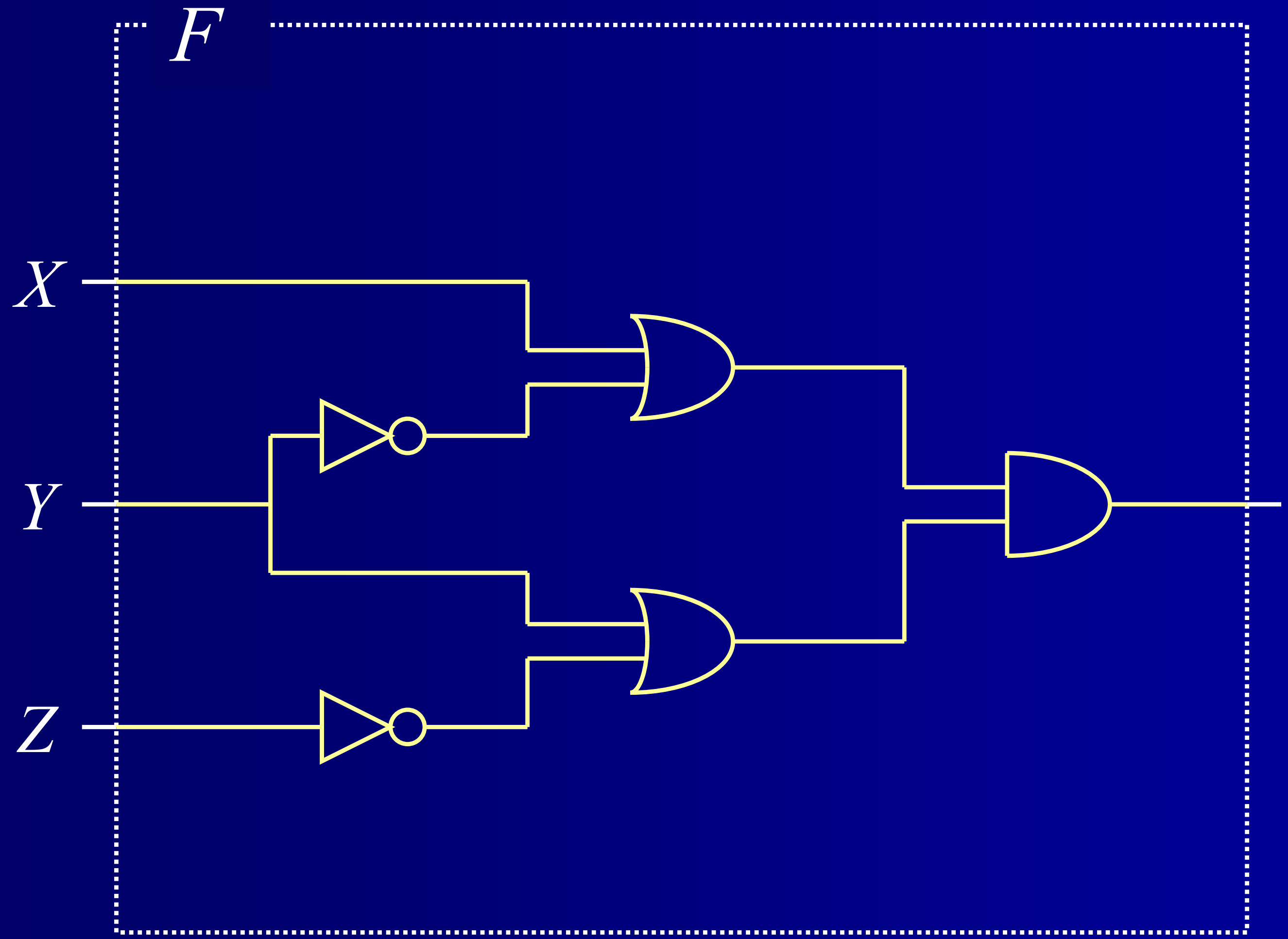
$$
\begin{aligned}
X \downarrow (Y \downarrow Z) &= \overline{X+\overline{(Y+Z)}} \\
&= \overline{X}\cdot (Y+Z) \\
&= \overline{X}\cdot Y + \overline{X}\cdot Z
\end{aligned}
$$

$X\ Y\ Z$	$(X \downarrow Y) \downarrow Z$	$X \downarrow (Y \downarrow Z)$
0 0 0	$1 \downarrow 0 = 0$	$0 \downarrow 1 = 0$
0 0 1	$1 \downarrow 1 = 0$	$0 \downarrow 0 = 1$
0 1 0	$0 \downarrow 0 = 1$	$0 \downarrow 0 = 1$
0 1 1	$0 \downarrow 1 = 0$	$0 \downarrow 0 = 1$
1 0 0	$0 \downarrow 0 = 1$	$1 \downarrow 1 = 0$
1 0 1	$0 \downarrow 1 = 0$	$1 \downarrow 0 = 0$
1 1 0	$0 \downarrow 0 = 1$	$1 \downarrow 0 = 0$
1 1 1	$0 \downarrow 1 = 0$	$1 \downarrow 0 = 0$

演習問題: 論理回路の設計

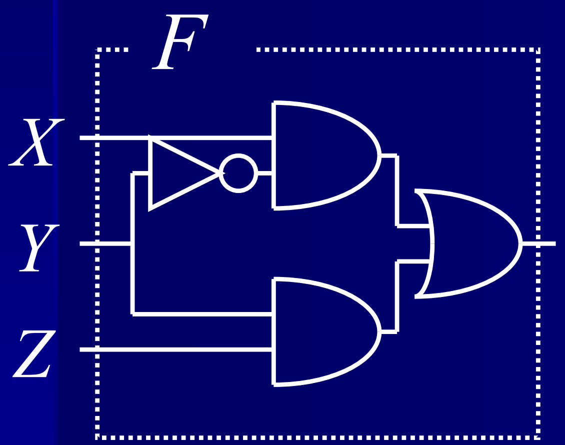
論理関数 f に対応する論理回路 F を設計せよ

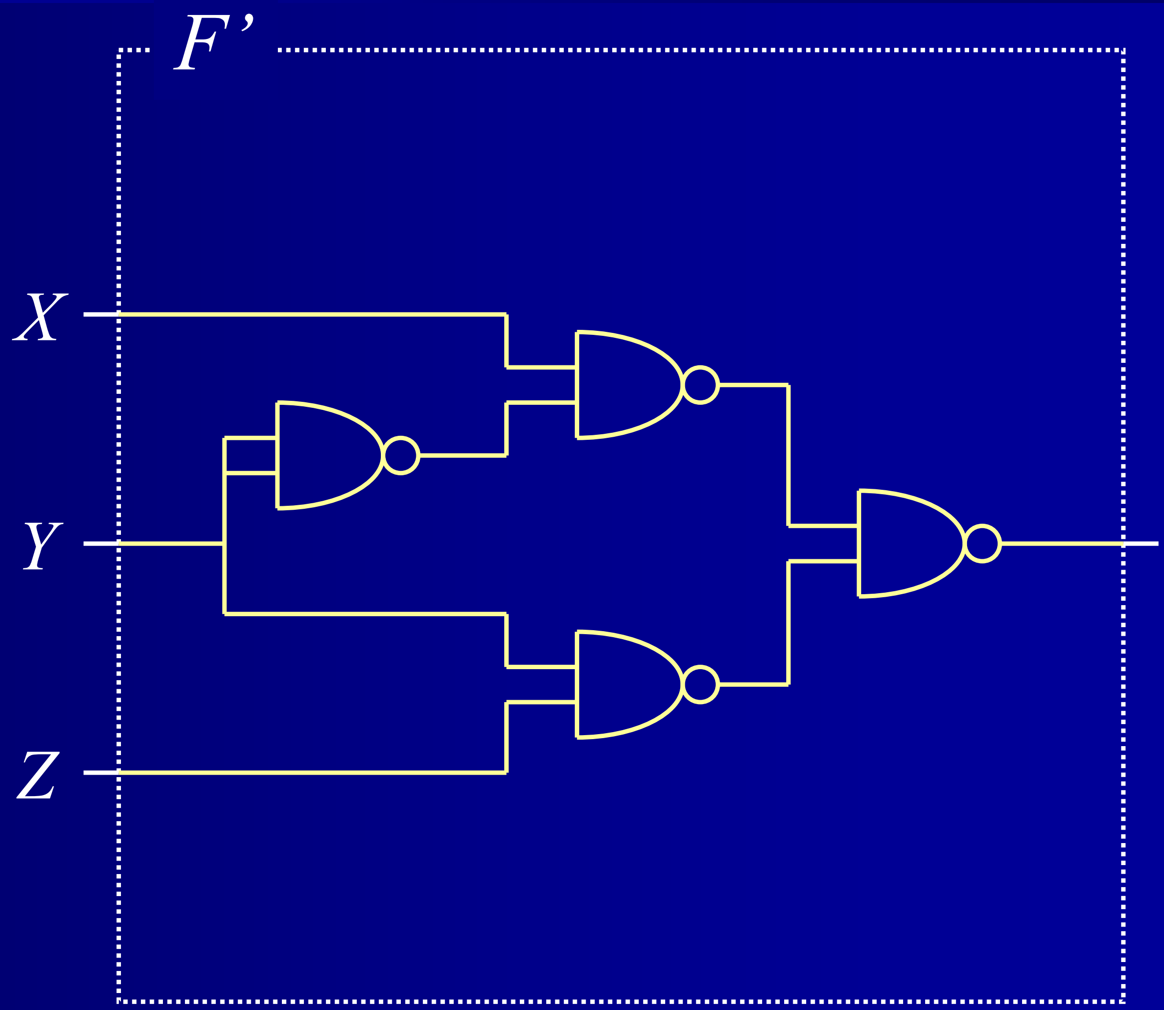
$$f(X,Y,Z) = (X + \overline{Y}) \cdot (Y + \overline{Z})$$



演習問題: NAND回路

下の回路 *F* をNAND回路 *F'* に変換せよ





AND-OR回路→NAND回路変換はゲートの入れ替えだけ

参考資料: カルノー図

- カルノー図:関数値を2次元格子図で表現
  - 論理関数を直感的に把握する表現法
  - 論理回路の最適化設計を直感的に行える
- カルノー図のサイズ
  - 2変数(2^2通り) : $2^1 \times 2^1 = 2 \times 2$: 縦2横2
  - 3変数(2^3通り) : $2^2 \times 2^1 = 4 \times 2$: 縦4横2
  - 4変数(2^4通り) : $2^2 \times 2^2 = 4 \times 4$: 縦4横4

参考資料: カルノー図の例

例題：$f(X,Y,Z)=\bar{X}\cdot\bar{Y}+Y\cdot\bar{Z}$ を
カルノー図で示せ

順番に注意！

Z \ XY	0 0	0 1	1 1	1 0
0	1	1	1	0
1	1	0	0	0

参考資料: カルノー図の座標ラベル

- 隣同士で1文字だけが異なるようにする
  - 2変数のラベル
    - 00, 01, 11, 10 (, 00)
  - 3変数のラベル
    - 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100 (, 000)
  - 4変数のラベル
    - 0000,0001,0011,0010,0110,0111,0101,0100, 1100,1101,1111,1110,1010,1011,1001,1000

参考資料: カルノー図の例題

例題 次のカルノー図の論理関数を求めよ

$Y \backslash X$	0	1
0	0	1
1	1	0

(0,1)(1,0)のマス目が1

$$f(X,Y) = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

参考資料: カルノー図による論理式の簡略化

- カルノー図の隣同士は1文字だけが異なる

$Z \backslash XY$	00	01	11	10
0	1	1		
1				

Y は 0 でも 1 でも値は同じ

$\Rightarrow$ Y は式から消してよい

$$\overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot\overline{Z}+\overline{X}\cdot Y\cdot\overline{Z}$$
$$=(Y+Y)\cdot X\cdot Z$$
$$=X\cdot Z$$

この2マスは共に

$X=0, Z=0$

参考資料: カルノー図による論理式の簡略化

Z \ $X\ Y$	0 0	0 1	1 1	1 0
0		1	1	
1		1	1	

$$
\begin{aligned}
&\overline{X}\cdot Y\cdot \overline{Z} + X\cdot Y\cdot \overline{Z} + \overline{X}\cdot Y\cdot Z + X\cdot Y\cdot Z \\
&= (\overline{X} + X)\cdot Y\cdot \overline{Z} + (\overline{X} + X)\cdot Y\cdot Z \\
&= Y\cdot \overline{Z} + Y\cdot Z \\
&= Y\cdot (\overline{Z} + Z) \\
&= Y
\end{aligned}
$$

この4マスは

全て $Y = 1$

参考資料: カルノー図による論理式の簡略化

Z \ $X\ Y$	0 0	0 1	1 1	1 0
0	1			1
1	1			1

$$
\begin{aligned}
& \overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot\overline{Z} + X\cdot\overline{Y}\cdot\overline{Z} + \overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot Z + X\cdot\overline{Y}\cdot Z \\
&= (\overline{X} + X)\cdot\overline{Y}\cdot\overline{Z} + (\overline{X} + X)\cdot\overline{Y}\cdot Z \\
&= \overline{Y}\cdot\overline{Z} + \overline{Y}\cdot Z \\
&= \overline{Y}\cdot(\overline{Z} + Z) \\
&= \overline{Y}
\end{aligned}
$$

参考資料: カルノー図による論理式の簡略化

$ZW \backslash XY$	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	1			1
0 1	1			1
1 1			1	
1 0	1	1	1	1

$$Z \cdot \overline{W} + X \cdot Y \cdot Z + \overline{Y} \cdot \overline{Z}$$

$2^i \times 2^i$ の長方形内が全て1ならば簡略化可能

✓カルノー図の上下・左右は繋がっていることに注意