

## 1. 序論

石取りゲームとは、無限サイズの碁盤上に配置された碁石に対して、始点の碁石から終点の碁石まで縦横のみの移動で全ての碁石を取ることを目指すゲームである。図1に石取りゲームの例を示す。図1では番号順に石を取ることで全ての石を取ることができる。

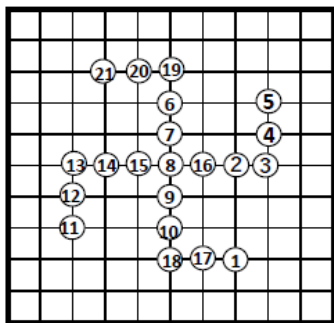


図1 石取りゲームの例

石取りゲームは、石の初期配置がわずかに異なるだけで解法が大きく異なる。このことから、石取りゲームは本質的に難しいゲームであると推測される。そこで、本研究では石取りゲームの NP 完全性の検証を行う。

## 2. 研究内容

本研究では、3-SAT 問題を石取りゲームに帰着させることにより NP 完全性を検証する。すなわち、3-SAT 問題が充足できる解を持つ場合のみ解を持つような石の並び方が作成できるかを検証する。

3-SAT 問題を石取りゲームに帰着させるために、OR ゲートに対応する石の並び『OR ガジェット』および AND ゲートに対応する石の並び『AND ガジェット』を作成する。各ガジェットは、複数の『入力石』を持ち、OR ガジェットは入力石のどれか一つが取ればガジェット内の全ての石が取れ、AND ガジェットは全ての入力石が取れた場合のみガジェット内の全ての石が取れるようにする。

また、入力  $X$  に対して  $X$  と  $\bar{X}$  のどちらかを選択する『真偽値選択ガジェット』、石を取る方向を制限する『一方通行ガジェット』等も必要である。

## 3. 結果・考察

本研究では、OR ガジェット、AND ガジェット、真偽値選択ガジェット等を作成した。図2,3にORガジェットおよび

AND ガジェットを示す。図2のA,B,Cの石が入力石、 $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  が出力石である。OR ガジェットは入力石のどれか一つ、例えばAの石が取れた場合、OR ガジェット内の全ての石を取り  $A'$  を最後に取って OR ガジェットから出ていくことができる。同様に図3の  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  が入力石、 $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$  が出力石である。AND ガジェットは  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  が全て取れた場合のみANDガジェット内の全ての石を取り、 $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$  から出ていくことができる。

本研究では、これらのガジェットを用いて任意の3-SAT 問題が石取りゲームに帰着できること、すなわち石取りゲームが NP 完全であることを示した。

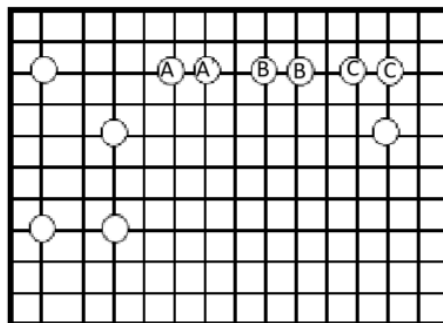


図2 OR ガジェット

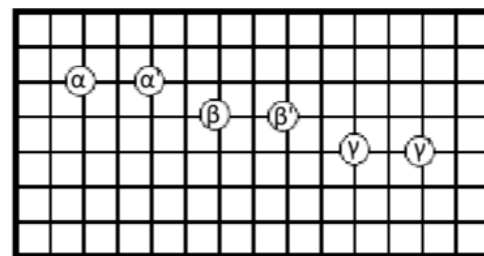


図3 AND ガジェット

## 4. 結論

本研究では石取りゲームは NP 完全であることを示した。今後の課題は、類似のゲームの NP 完全性の検証を進めることである。

## 参考文献

- 1) R.A.Hearn, E.D.Demaine: ゲームとパズルの計算量, 近代科学社(2011)
- 2) 秋山久義: ボードパズル読本, 新紀元社(2000).