154　　3次元 n クイーンの問題の解に関する研究

情報論理工学研究室　伊藤 精一　共同研究者　前波 大貴

1. 序 論

n クイーン問題とは、n×n マスの盤上に n 個のクイーンを縦、横、斜めの 8 方向の直線上に 1 つのクイーンしか存在しないように配置する問題であり、n≧4 の場合 n×n マス上に n 個のクイーンを配置できる。

n クイーン問題の応用として、クイーン極大配置問題および最小個数問題がある。クイーン極大配置問題とは、n×n マス上に m(≦n)個のクイーンを配置したときに、新たに m+1 個目のクイーンを盤上のどこにも置くことができないような配置を解とする。また、クイーン最小個数問題とは、極大配置解のうち m の値が最小となるものを解とする。本研究では、各 n に対する最小値個数解を検証した。

また、本研究では、2 次元 n クイーン問題を 3 次元に拡張した 3 次元 n クイーン問題の場合でも同様に、最小値個数解を求めた。3 次元 n クイーン問題とは、n クイーン問題の n×n マスの盤を n×n×n の立体に拡張し、3 次元の 26 方向の直線上に 1 つのクイーンしか存在しないように配置する問題である。

2. 研究内容

本研究では、C++言語を用いて 2 次元 n クイーン最小個数問題および 3 次元 n クイーン最小個数問題解を求めるプログラムを作成した。本研究で作成した 2 次元 n クイーン問題プログラムは、(0,0)から x 方向、y 方向の優先順にクイーンを配置するバックトラック法により解の探索を行う。3 次元 n クイーン問題プログラムも同様に(0,0,0)から x 方向、y 方向、z 方向の優先順にクイーンを配置するバックトラック法により解の探索を行うように拡張した。

3. 結果・考察

本研究で得られた各 n に対する 2 次元および 3 次元 n クイーン最小値個数解の m の値と探索に要した時間を表 1 および表 2 に示す。表 1 および表 2 から示されるように 2 次元 n クイーン問題および 3 次元 n クイーン問題は n が増加するに応じて探索時間は指数的に増加する。本研究では、2 次元 n クイーン問題は n=13、3 次元 n クイーン問題では n＝6 の時、探索時間に膨大な時間を要し、解を示すことが出来なかった。また、2 次元 n クイーン問題は、n の値が小さい場合、n の値が 1 増えたときに、急に m の値が増えることがないことが示される。3 次元 n クイーン問題は、得られた解が少ないため m の値について有意なデータは得られなかった。探索途中での現時点での解だが、n＝6 の時に m＝10 と示されており、n=5 の時と比べて m の値が大きく増加している。この事により 3 次元 n クイーン問題は、n の値が増えるに応じて m の値が急に増えるのではないかと予想される。

表 1：2 次元 n クイーン最小個数解の m の値

n	1	2	3	4	5	6	7
m	1	1	1	3	3	4	4
探索時間	0 秒	0 秒	0 秒	0 秒	0.01 秒	0.01 秒	0.1 秒
n	8	9	10	11	12	13	14
m	4	5	5	5	7	*7	
探索時間	0.6 秒	5.6 秒	60 秒	621 秒	2 時間		

*探索途中の現時点での解

表 2：3 次元 n クイーン最小個数解の m の値

n	1	2	3	4	5	6
m	1	1	1	4	6	*10
探索時間	0 秒	0 秒	0.01 秒	0.5 秒	1918 秒	

*探索途中の現時点での解

4. 結 論

本研究では、2 次元および 3 次元 n クイーン最小個数問題を解くプログラムを作成した。今回作成したプログラムは、バックトラック法を用いたため、結果を出すために莫大な時間を要し、3 次元 n クイーン問題に関しては満足のいく結果が得られなかった。今後の課題として探索方法を改良することにより計算時間の短縮を得ることが挙げられる。

参考文献

1) 岡田章三：m 次元 n クイーン問題,岐阜高専紀要 第 37 号,pp13－16, (2002).
2) 岡田章三：m 次元 n クイーン問題に関する計算例と予測,岐阜高専紀要 第 38 号,pp11－14, (2003).
3) 岡田章三：m 次元 n クイーン問題に関する研究,岐阜高専紀要 第 39 号,pp7－9, (2004).
4) 岡田章三：m 次元 n クイーン問題に関する報告,岐阜高専紀要 第 40 号,pp1－3, (2005).