179　3次元Nクイーン問題の解の存在の検証

情報論理工学研究室　前波 大貴　共同研究者　伊藤　精一

1.　序 論

代表的な組み合わせ最適化問題に N クイーン問題がある。N クイーン問題は、縦・横・斜めの 8 方向に直進できるチェス駒のクイーンを、N×N マスのチェス盤上に、お互いの駒の移動可能範囲を侵さないように N 個置く問題である。

本研究では、N クイーン問題を拡張した 3 次元 N クイーン問題を対象とし、その解について検証する。3 次元 N クイーン問題とは、N×N×N マスの立体のチェス盤上に、2 次元クイーンの移動方向を踏襲した 26 方向に直進できるクイーンを、お互いの駒の移動可能範囲を侵さないように複数個配置する問題である。2 次元 N クイーン問題にでは、N≧4 の場合 N×N マスに N 個のクイーンを配置する解が存在する。しかし、3 次元 N クイーン問題では、N^2 個のクイーンを配置する解は一般に存在せず、各 N の値に対してお互いの移動可能範囲を侵さないように配置できるクイーンの最大数 m (≦N^2) は明らかでは無い。したがって、3 次元 N クイーン問題は、与えられた N の値に対し、クイーンの最大配置可能数 m と、その時のチェス盤上の配置パターンを解とする。本研究では、各 N に対して 3 次元 N クイーン問題の解を求め、3 次元 N クイーン問題においてクイーンの最大配置可能数 m に法則性があるのかを検証する。

2.　研究内容

本研究では、C++言語を用いて 3 次元 N クイーン問題を解くプログラムを作成し、各 N の値に対して最大配置可能数 m とその配置パターンを求めた。本研究で作成したプログラムは、バックトラック法により探索を(0,0,0)から x 方向、y 方向、z 方向の優先順で解の探索を行う。計算時間が膨大に掛ることが予想されるので、本研究で作成したプログラムは一定時間毎に探索途中のデータをファイルに記録し、そのファイルデータより記録した時点から再探索する機能を設けた。また、探索中にそれまでに得られたクイーンの最大配置可能個数 t、現時点の探索でチェス盤に配置されているクイーンの個数 q、プログラム上探索予定の空きマスの数値 e に対し t-q > e ならば、現時点のクイーン配置パターンからの探索では今までのクイーンの最大配置可能個数を超える事がないので、次の配置パターンに変える事によって計算時間の短縮を図っている。また、図 1 のようにクイーンの初期配置位置がお互いに立体チェス盤の中心から対称とならない位置に限定することにより、立体チェス盤を反転・回転した場合に同一となる配置パターンを極力抑えて探索することにより計算時間の短縮を図っている。

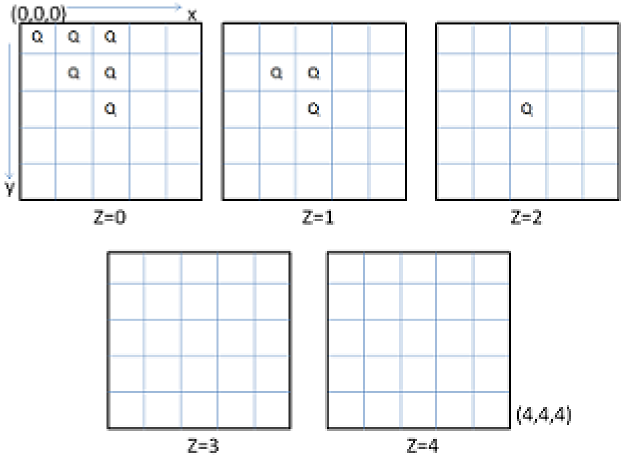

図 1　N=5 の限定クイーン初期配置群

表 1 クイーン最大数mおよび探索時間

N	m	探索時間
4	7	1 秒
5	13	224 秒
6	*21	143 時間以上

*検索途中の現時点での解

3.　結 果

表 1 に N=4,5,6 に対する 3 次元 N クイーン問題のクイーン最大数および探索に要した時間を示す。表 1 より、計算時間が指数的に増えているのがわかる。単純なバックトラック法では N=5 に対する計算時間は 3300 秒掛っていたが、プログラムの改善により 224 秒に短縮に成功した。

4.　まとめおよび今後の課題

本研究では、3 次元 N クイーン問題を解くプログラムを作成した。本研究で作成したプログラムはバックトラック法を用いているため、サイズ N が大きくなると指数的に探索時間が増加する。今後の課題としては、バックトラック法に代わる新たな探索方法での探索、または抜本的なバックトラック法の改良、もしくは、実行環境の改善を行うことである。また、N と最大配置可能数 m との関係については、得られた結果が少ないため充分な検証を行うことができないため、より大きな N に対する解を求めて N と m の関係の検証を行うことも課題である。

参考文献

1)　岡田章三：m 次元 n クイーン問題, 岐阜高専紀要 第 37 号, pp.13−16, (2002).