

1. 序論

本研究では HBSP(Heterogeneous Bulk-Synchronous Parallel)¹⁾モデル上で行列積を求める場合の各プロセッサへの最適なデータの割り当て方を求める。

HBSP モデルは非同期式並列計算モデルであり、Williams らによって提唱された。ネットワークと局所メモリを持つ性能の異なる複数のプロセッサから成り立ち、プロセッサの処理速度の応じて処理を割り当てる BSP²⁾モデルの拡張モデルである。HBSP モデルでは通信は通信コスト g 、バリア同期時間 L といったパラメタにより抽象化されている。

2. 研究内容

1 準備

HBSP モデルは以下の要素からなる

- 局所メモリを持つ性能の異なる複数のプロセッサ
- プロセッサ間の 1 対 1 メッセージ通信を行う相互結合網
- 全体あるいは一部のプロセッサ間で同期をとるための同期機構

HBSP モデルは以下のパラメタを持つ

- p^2 :プロセッサ数
- L :バリア同期時間
- g :通信コスト
- s_i :プロセッサ P_i の速度
 $s_0 \geq s_1 \geq \dots \geq s_{p^2-1} = 1$
- s :プロセッサの速度合計 $s = \sum s_i$

本研究では簡単のために各プロセッサの通信コストと処理速度が比例すると仮定する。

$$g_0:s_0 = g_1:s_1 = g_2:s_2 = \dots = g_{p^2-1}:s_{p^2-1}$$

本研究では HBSP モデルを用いて行列積を求める場合の各プロセッサへの最適なデータの割り当て方を求める。

2 方法

$n \times n$ の行列積 $C=A*B$ に対し、各行列 A, B, C をそれぞれ s 個の部分行列に分割し、速度 $s_i (0 \leq i < p^2)$ であるプロセッサ p_i に対して s_i 個の部分行列を割り当てる。行列の割り当て方は以下の 3 通りが考えられる。

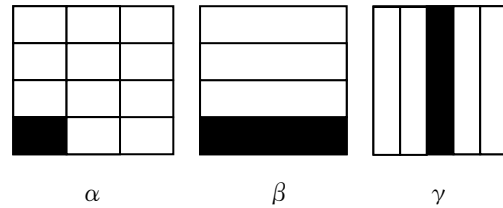


図 1 分割パターン

各分割パターンにおいて、各プロセッサに割り当てる部分行列のサイズを以下に示す。

$$\begin{aligned} \alpha &: n/s^{0.5} * n/s^{0.5} \\ \beta &: n/s * n \\ \gamma &: n * n/s \end{aligned}$$

行列 B が送信に必要なデータ数は行列 A を縦横を入れ替えたものと等しく、解行列 C については β と γ が向きが異なるだけなので、行列 A と解行列 C の各組み合わせについて、通信計算量について考慮すればよい。組み合わせの数は行列 A の割り当て方 3 通りと解行列 C の割り当て方 3 通りにより $C=A*B$ の組み合わせは 9 通りとなる。

3. 結果・考察

通信計算量が最小となるデータの割り当て方は行列積 $C=A*B$ に対して、 $\alpha = \alpha * \alpha$ の分割パターンにした場合である。そのときの HBSP モデル上での行列積を求めるアルゴリズム計算量は

$$O(n^3/s + n^2 * g/s^{0.5} + L)$$

4. 結論

本研究では HBSP モデル上での行列積を求める場合の各プロセッサへの最適なデータの割り当て方を求めた。

本研究よりデータを送信する最適な分割パターンは各部分行列が正方形になる場合であることが示される。

参考文献

1) T.L Williams and R.J.Parsons, "The Heterogeneous Bulk Synchronous Parallel Model" in Workshop on Advance in Parallel and Distributed Computational Model 2000.

2) L.G Valiant, "A Bridging Model for Parallel Computation" Communications of the ACM, Vol33, No8, pp103-111, 1990.