

1. 序論

本研究では、BSP*(Bulk; Synchronous Parallel)上で効率の良い並列アルゴリズムを設計するために、各プロセッサへの最適となるデータの割り当て方を求める。

BSP*モデルは、代表的には非同期式計算モデルである BSP モデルの拡張モデルであり、通信計算量にパケットの概念が取り入れられている。今日の TCP/IP 通信ではパケット通信が主に行われており、BSP*モデルは現実のネットワークに近いモデルとして注目されている。

2. 研究内容

BSP モデルは以下の要素から成る。

- ・局所メモリを持つ複数のプロセッサ
- ・プロセッサ間ネットワーク
- ・バリア同期機構

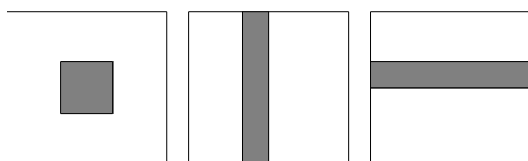
BSP モデルは以下のパラメータを持つ。

- ・プロセッサの台数： P
- ・同期周期： L
- ・通信路帯域幅： g

BSP*モデルは、上記のパラメータに加えて以下のパラメータをもつ

- ・パケットサイズ： B

本研究では $n \times n$ 行列の積 $C=A*B$ に最適な BSP*モデル上の並列アルゴリズムを設計する。行列積を求める並列アルゴリズムでは、入力行列 A および出力行列 C は P 個の部分行列に分割され、各プロセッサに割り当てられる。本研究では、分割の仕方を検証することにより、最適となる分割パターンを求める。分割パターンは図1に示す3通りが考えられる。



(α) (β) (γ)

図1：各プロセッサへの割り当て方

このとき各プロセッサに割り当てられる部分行列のサイズは、

$$\begin{aligned}\alpha &= n/\sqrt[3]{P} * n/\sqrt[3]{P} \\ \beta &= n/P * n \\ \gamma &= n * n/P\end{aligned}$$

の式で表される。この時、 β と γ は向きが異なるだけであり、行列 C においては通信量に影響しないため、 α と β の2通りについて考えればよい。 $A*B$ については

- ・ $\alpha * \alpha$
- ・ $\alpha * \beta$
- ・ $\alpha * \gamma$
- ・ $\beta * \beta$
- ・ $\beta * \alpha$
- ・ $\beta * \gamma$
- ・ $\gamma * \alpha$
- ・ $\gamma * \beta$
- ・ $\gamma * \gamma$

以上の9通りが考えられる。よって、 $C=A*B$ については18通りについて考えればよい。

3. 結果

18のパターンのうち、 $\alpha = \alpha * \alpha$ のデータの割り当て方が最適であり、そのときの BSP*モデル上での行列積の計算量は、

$$O([n^2/BP] * g \sqrt[3]{P} + n^3/P + L)$$

となる。最適となるプロセッサの台数は以下の条件となる。

$$P < n^2 B^2 / g^2 \quad (n^2/P > B)$$

$$P < n^2 / \sqrt[3]{g^2} \quad (n^2/P \leq B)$$

4. 結論

本研究では、BSP*モデル上で効率の良い行列積を求める並列アルゴリズムを設計するためにプロセッサへの最適なデータの割り当て方を求めた。

本研究より、各部分行列が正方形になるように各プロセッサへデータの分割を行った場合に最適となることが示された。

5. 参考文献

- 1) L.G.Valiant, "A Bridging Model for Parallel Computation," Communications of the ACM, Vol.33, No.8, pp.103-111, 1990.

