

1. 序論

並列アルゴリズムの設計・解析は一般的に PRAM (Parallel Random Access Machine)¹⁾ 上で行われる。PRAM は共有メモリ型モデルであり、通信や同期に掛かるコストを無視でき、また、1 命令ごとに全てのプロセッサで同期を取る最粒度同期式モデルであるため、並列アルゴリズムを設計・解析を行い易い。

しかし、プロセッサ能力の向上に伴い、プロセッサ間の通信時間が並列アルゴリズムの実行時間の大きな割合を占めるようになってきた。また、プロセッサが他のプロセッサと同期せずに処理を行う非同期式処理も主流となり、これらの特徴を持つ並列計算機に対しては PRAM ではアルゴリズムの性能を正確に評価することが困難になってきている。

BSP (Bulk-Synchronous Parallel) モデル²⁾はそのような並列計算機に対応させるために提案された。BSP モデルは分散メモリ型の非同期式並列計算モデルであり、通信や同期のコストはパラメタにより抽象化されている。本研究では、選択問題(selection)を解く並列アルゴリズム³⁾に対して BSP モデル上での実行をシミュレートし、その計算量の実験的評価を行う。

2. 研究内容

BSP モデルは以下の要素から成る

- 局所メモリを持つ複数のプロセッサ
- プロセッサ間ネットワーク(完全結合網)
- バリア同期機構

また、BSP モデルは以下のパラメタを持つ。

- p : プロセッサ台数
- g : 通信路帯域幅
- L : 同期時間

BSP モデルでは、1 つの内部計算命令の実行に 1 単位時間掛かるとき、1 つの通信命令の実行に g 時間、1 回の同期に L 時間掛かると仮定されている。

選択問題とはサイズ n の配列 A および整数 $d(0 < d < n)$ が与えられたとき、データ中の d 番目に小さい要素を探し出す問題である。BSP モデル上では、選択問題を

$$O(gn/p + L \log p) \dots\dots\dots(1)$$

時間で解く事ができる。

選択問題を解くアルゴリズムは以下のステップから成る。初期状態において、各プロセッサ $P_i (0 \leq i < p)$ は A のサイズ n/p の部分配列 A_i を保持する。

1. 以下の 1.1 ~ 1.6 を $\log p$ 回繰り返す

- 1.1. $P_i (0 \leq i < p)$ は A_i の中央値 m_i を求め、 P_0 に送信する
- 1.2. P_0 は m_i の中央値 m を求め、全てのプロセッサに送信する。
- 1.3. P_i は A_i を m よりも小さい部分配列 A_i^L と A_i^R に分割する。
- 1.4. P_i は P_0 に A_i^L の要素数を送信する。
- 1.5. P_0 は求めるべき要素が A_i^L と A_i^R のどちらにあるか判定し、他のプロセッサに伝える。
- 1.6. P_i は求めるべき要素が含まれて居ない部分配列を破棄し、残りの部分配列を新たな A_i とする。
2. P_i は保持する用を P_0 に送信する。
3. P_0 は逐次に選択問題を解き解を出力する。

本研究では、上記のアルゴリズムをシミュレートするプログラムを JAVA を用いて作成し、各パラメタが変化したときの実行時間の測定を行い、理論値(式(1))との比較を行う。

3. 結果・考察

g および L が小さいときは、 p の増加に従いアルゴリズムの実行時間は減少し、並列化によるスピードアップ効果が得られる。しかし、 g および L が大きいときには p の増加によりかえって実行時間が長くなってしまふ。これはプロセッサの増加に伴い同期回数およびまた通信メッセージ数が増えるためだと考えられる。

4. 結論

本研究では、選択問題を解く並列アルゴリズムに対して BSP モデル上での実行をシミュレートし、その計算量の実験的評価を行った。 g および L が小さいときは、 p の増加に従いアルゴリズムの実行時間は減少し、並列化によるスピードアップ効果が得られる。しかし、 g および L が大きいときには p の増加によりかえって実行時間が長くなる。

参考文献

- 1) J.JaJa, "An Introduction to Parallel Algorithms," Addison - Wesley Publishing Company, 1999
- 2) L.G.Valiant, "A Bridging Model for Parallel Computation, ", Communications of the ACM, Vol.33, No.8, pp.103--111, 1990
- 3) 石水隆 他, 選択問題を解く BSP モデルおよび BSP*モデル上の並列アルゴリズム, 信学技報,1999.