

1 序論

本研究では、BSP¹⁾(*Bulk-SynchronousParallel*) モデル上で通信等のパラメタが変化した場合に最適な時間でソートを行うことを目的とする。

BSP モデルは、非同期式並列計算モデルの一つであり、局所メモリを持つ複数のプロセッサとネットワークより構成されている。また、BSP モデルの通信に関する性質は、通信路の帯域幅 g 、同期時間 L といったパラメタにより抽象化されている。

2 研究内容

2.1 準備

BSP モデルは以下の要素から成る。

- ・局所メモリを持つ複数のプロセッサ
- ・プロセッサ間ネットワーク (完全結合網)
- ・バリア同期機構

また、BSP モデルは以下のパラメタを持つ。

- ・ p : プロセッサ台数
- ・ g : 通信路帯域幅
- ・ L : 同期時間

BSP モデルでは、1つの内部計算命令の実行に1単位時間掛かるとき、1つの通信命令の実行に g 時間、1回の同期に L 時間掛かると仮定されている。本研究では、ソーティングを対象とし、 L, g が変化したときに最適となるプロセッサ台数 p を求める。

本研究では、ソーティングアルゴリズムとしてバイトニックソート (Bitonic sort)²⁾を用いる。バイトニックソートはマージソート (Merge sort) を並列化したアルゴリズムであり、 n データに対して p プロセッサ $EREW-PRAM$ 上で $O(n(\log n + \log^2 p)/p)$ 時間でソートを行う。

2.2 方法

本研究では、BSP 上でのバイトニックソートのシミュレータプログラムを用いて、各パラメタを変化させたときの実行時間の計測を行う。なお、簡単のために本研究ではプロセッサ台数を2のべき乗とした。BSP モデル上でのバイトニックソートの計算時間は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \text{内部計算時間 } T_I &= n(\log n + \log^2 p)/p \\ \text{通信時間 } T_C &= (gn/p) \log^2 p \\ \text{同期時間 } T_S &= L \log^2 p \\ \text{総計算時間 } T &= T_I + T_C + T_S \end{aligned}$$

最適な計算時間を求めるために、パラメタ p, L, g を変化させながらシミュレートプログラムを実行し総計算時間の測定を行い、 L, g に対して最適なプロセッサ台数 p を求める。

3 結果・考察

L, g を変化させたとき、最適なプロセッサ台数 p は以下の式で得られる。

$$\begin{aligned} gn/p < L \text{ のとき } p \log^2 p &= n \log^2 n / L \\ gn/p > L \text{ のとき } \log^2 p &= \log^2 n / g \end{aligned}$$

また、本研究ではシミュレートプログラムを用いてその実行時間を測定し、上記の理論値との比較を行う。

p, L, g を変化させながらシミュレートプログラムを実行させたときの実行時間を図1に示す。図1より、上式で得られた最適なプロセッサ台数実験的にも正しいことが示される。

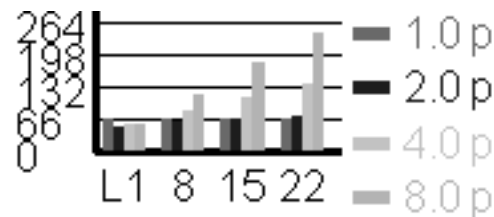


図1 同期時間 L と実行時間の値の関係 ($g=1, n=16$)

4 結論

本研究では通信路帯域幅及び同期時間を変化させながら BSP モデル上でバイトニックソートを解いたときに、最適となるプロセッサ台数を求める為の式を求めた。またシミュレートプログラムを用いて理論値との比較を行った。

参考文献

- 1) L.G.Valiant, "A Bridging Model for Parallel Computation," Communications of the ACM, Vol.33, No.8, pp.103-111, 1990.
- 2) J.JáJá, "An Introduction to Parallel Algorithms," Addison-Wesley Publishing Company, 1999.
- 3) 静岡理科大学 菅沼研究室
<http://www.sist.ac.jp/suganuma/main.htm>