

1. 序論

本研究で代表的なグラフ問題である最小スパニング木 (MST: Minimum Spanning Tree) 問題を BSP (Bulk Synchronous Parallel) モデル²⁾ 上で解く並列アルゴリズムを提案する。

BSP モデルとは分散メモリ型の並列計算モデルであり、従来の PRAM (Parallel Random Access Machine) と異なり、最近の並列計算において重要視されている通信および同期に掛かるコストを 1 メッセージ辺りの送受信時間 g 、同期時間 L というパラメタにより表すことを可能としたモデルである。

PRAM アルゴリズムでは通信および同期が考慮されていないため、これをそのまま BSP モデル上で実行させた場合、効率良く実行できるとは限らない。従って、BSP モデル用の通信および同期を考慮した並列アルゴリズムが必要となる。

2. 研究内容

本研究では最小スパニング木問題を BSP モデル上で解く並列アルゴリズムの提案を行いその計算量の評価を行う。

各辺に正の重みが負荷された連結無向グラフ G に対して、 G の全ての頂点を含む G の部分木を G のスパニング木 (Spanning Tree) と言い、辺の重みの和が最小となるスパニング木を最小スパニング木と言う。最小スパニング木問題とは、重み付連結無向グラフ G が与えられたとき、その最小スパニング木を求める問題である。図 1 に最小スパニング木の例を示す。

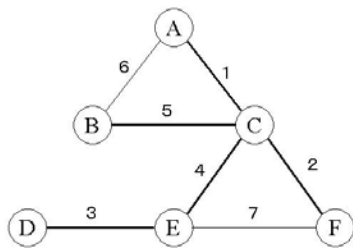


図 1: 最小スパニング木

最小スパニング木問題を解く逐次アルゴリズムとして Prim のアルゴリズム⁴⁾ がある。また最小スパニング木問題を PRAM 上で解く並列アルゴリズムとして Sollin のア

ルゴリズム¹⁾ がある。本研究では Sollin のアルゴリズムをベースに BSP モデル上で効率よく実行できる並列アルゴリズムの提案を行い、その計算量の評価を行う。

3. 結果・考察

表 1 に頂点数 n の重み付連結無向グラフの最小スパニング木問題を解く Prim のアルゴリズム、Sollin のアルゴリズムおよび本研究で提案したアルゴリズムの計算量を示す

Sollin のアルゴリズムがプロセッサ数 n^2 であるのに対し、本研究で提案したアルゴリズムはプロセッサ数 n である。従って、より大きいプロセッサ台数に対して効率の良い最小スパニング木問題を解く BSP モデル上の並列アルゴリズムの設計が今後の課題である。

表 1: MST を解くアルゴリズムの計算量

モデル	計算量	プロセッサ	文献
RAM	$O(n^2)$	1	4)
PRAM	$O(\log^2 n)$	n^2	1)
BSP	$O(ng \log n + L \log^2 n)$	n	本研究

4. 結論

本研究では、重み付連結無向グラフ G が与えられたとき、最小スパニング木問題を BSP モデル上で解く並列アルゴリズムを提案した。

本研究で提案したアルゴリズムは、 n 頂点の重み付連結無向グラフ G に対して、 n プロセッサを用いて $O(ng \log n + L \log^2 n)$ 時間で最小スパニング木問題を解く。

参考文献

- 1) C. Berge and A. Ghoulia-Houri: "Programming, Games and Transportation Networks," John Wiley (1965).
- 2) L.G. Valiant: "A Bridging Model for Parallel Computation," Comm. of the ACM, Vol.33, No.8, pp.103-111 (1990).
- 3) J. JáJá: "An Introduction to Parallel Algorithms" (1992).
- 4) R.C. Prim: "Shortest connection networks and some generalizations," Journal of Bell System Tech, Vol.36, No.6, pp.1389-1401 (1957).