

1. 序論

本研究では、BSP(Bulk-Synchronous Parallel) モデル²⁾³⁾上で高速に MST(Minimum Spanning Tree) 問題を解く並列アルゴリズムを提案する

BSP モデルは分散メモリ型の並列計算モデルであり、PRAM(Parallel Random Access Machine)⁴⁾と異なり、並列アルゴリズムの通信および同期にかかるコストを考慮したモデルである。このため、BSP モデルはより現実の並列計算機に近いモデルとして注目されており、様々な問題に対して BSP モデル上で高速に実行できる並列アルゴリズムが求められている。

しかし、従来の PRAM のアルゴリズムは通信や同期が考慮されていないため、これを BSP モデル上で実行させても効率よく事項できるとは限らない。従って、通信や同期を考慮した BSP モデル用のアルゴリズムを設計する必要がある。各辺に正の重みが負荷された連結無向グラフ G に対して、 G の全ての辺を含む G の部分木を G の全域木 (Spanning Tree) といい、そのうち重みの和が最小となるものを G の最小全域木 (Minimum Spanning Tree, MST) という。MST 問題とは、重み付連結無向グラフ G が与えられたとき、 G の最小全域木を求める問題である。

2. 研究内容

本研究で提案するアルゴリズムは、CREW PRAM 上で MST を解くアルゴリズムである Sollin¹⁾ のアルゴリズムをベースにしている。Sollin のアルゴリズムは以下の 3 つのステップから成る (1) 各頂点の最小の重みを持つ辺を求め、その辺を親とする有向グラフを作る (2) 1 で作成した有向グラフに対して各頂点の根を求める (3) 各頂点から根に対して辺の情報を送り、根以外の頂点を削除する以上のステップを頂点数が 1 個になるまで繰り返す。

BSP 上で MST 問題を解くには、各頂点に対して 1 台のプロセッサを割り当て、各プロセッサが並列に上記の 3 ステップを繰り返せばよい。しかし、Sollin のアルゴリズムをそのまま BSP 上で実行した場合、(3) において根となる頂点を担当するプロセッサに対してメッセージ送信が集中して行われるため、通信時間の増加が起こる。そこで本研究で提案するアルゴリズムでは、この問題を避けるためにプロセッサ間に 2 分木構造を構築して通信を行うことにより、プロセッサ間の負荷分散を得ている。

また、その計算量を実験的に評価するため BSP モデル上でのアルゴリズムの実行をシミュレートするプログラム

表 1: 各アルゴリズムの計算量

Sollin	$O(n^2g + L \log n)$ 時間	n プロセッサ
本研究	$O(ng + L \log^2 n)$ 時間	n プロセッサ

を作成し、その実行時間を測定する。

3. 結果・考察

本研究で提案するアルゴリズムの計算量、および Sollin のアルゴリズムをそのまま BSP 上で実行した場合の計算量を表 1 に示す。Sollin のアルゴリズムに対して、本研究で提案したアルゴリズムは同期回数は増加しているが、送信メッセージ数は減少している。よって、本研究で提案したアルゴリズムはメッセージ 1 つ辺りの通信時間が大きい環境では Sollin のアルゴリズムよりも高速に実行できる。

4. 結論

本研究では、BSP モデル上で MST 問題を解く並列アルゴリズムを提案した。本研究で提案したアルゴリズムは、メッセージ 1 つ辺りの通信時間が大きい環境でも高速に MST 問題を解くことができる。

本研究のアルゴリズムにおいて高速化が得られたのは、プロセッサ間で負荷分散を行い、少数のプロセッサへの負荷の集中を避けたからである。従って BSP モデル上で効率の良いアルゴリズムを設計するためには、負荷を考慮して行う必要があると言える。

参考文献

- 1) C.Berge and A.Ghouila-Houri, "Programming, Games and Transportation Networks," John Wiley (1965).
- 2) L.G.Valiant, "A Bridging Model for Parallel Computation, ", Communications of the ACM, Vol.33, No.8, pp.103-111 (1990).
- 3) 石水隆, 藤原暁宏, 井上美智子, 増澤利光, 藤原秀雄: 選択問題を解く BSP モデル * 上の並列アルゴリズム 電子情報通信学会論文誌 D-I Vol.J82-D-I No.4 pp.533-542 (1999).
- 4) J.JáJá, "An Introduction to Parallel Algorithms," Addison-Wesley Publishing Company (1992).